

ALBEDO DE RAYOS COSMICOS EN EL CAMPO MAGNETICO  
DEL DIPOLO Y CUADRIPOLO TERRESTRES\*

Ruth Gall

Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México

Instituto de la Investigación Científica

Jaime Lifshitz, Instituto de la Investigación Científica

## RESUMEN

*Albedo trajectories for protons of 0.5, 1.0, 1.5, and 2.0 Bev in the earth's dipole and quadrupole magnetic field were computed. The zenithal, azimuthal, latitude, and magnetic rigidity effects were studied. The quadrupole induces an asymmetry which seems only to be important near the geomagnetic equator. Shadow cones were obtained for one point of incidence.*

\* Presentado en el 5o, Congreso Internacional de Rayos Cósmicos, septiembre 1955, en Guanajuato, México. El original en inglés apareció en el Phys.Rev. 101, 1821 (1956).

## INTRODUCCION

El presente trabajo sobre albedo consistió en el cálculo de 412 trayectorias de protones secundarios en el campo magnético terrestre. Las energías que se han elegido para las partículas fueron de 0.5, 1.0, 1.5, y 2.0 Bev. (Las mismas trayectorias son seguidas por partículas alfa cuyas energías aparecen en la Tabla I).

Tabla I

C	$10^{-9}R$ (voltios)	$E_p$ (Bev)	$E_\alpha$ (Bev)
13.5682	1.091	0.50	0.59
8.7206	1.697	1.00	1.31
6.5720	2.252	1.50	2.12
5.3118	2.786	2.00	2.97

Tabla I. Las relaciones entre los valores de la constante C, la rigidez magnética R, y las energías  $E_p$ ,  $E_\alpha$  de protones y partículas alfa.

El modelo del campo magnético es el de Schmidt y Chargoy<sup>1,2</sup>.

En este modelo el campo está engendrado por un dipolo y un cuadrupolo ex-céntricos, cuyos ejes forman un sistema ortogonal. El origen de este sistema reside en el punto (-344, 150, 96) en Km. referido al sistema geográfico terrestre<sup>3</sup>. La relación de las magnitudes del cuadrupolo y del dipolo varía con la longitud y latitud geomagnéticas y es máxima en el ecuador geomagnético, donde alcanza hasta 16%.

Eligiendo velocidad unitaria y por unidad de longitud el diámetro terrestre, la ecuación diferencial de movimiento es:

$$\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} = C \frac{d\bar{r}}{dt} \times \left[ \nabla \left( \frac{z}{r^3} \right) + \alpha \nabla \left( \frac{xy}{r^5} \right) \right] \quad (1)$$

<sup>1</sup> S. Chapman y J. Bartels, *Geomagnetism*, II (Clarendon Press, Oxford, 1940), p. 651.

<sup>2</sup> A. Chargoy, *Revista Mexicana de Física*, 2, 1 (1953).

<sup>3</sup> Basado en el mapa del campo geomagnético de 1945.

donde  $C$  es inversamente proporcional a la rigidez magnética de la partícula:

$C = -m_1 a q / 4pc$ , donde  $a$  es el radio terrestre, igual a  $6.371 + 10^8$  cm,  $q$  es la carga del protón en e.s.u.,  $c$  la velocidad de la luz,  $p$  la cantidad de movimiento relativista de la partícula,  $\alpha = 3m_2 / 4m_1$  una constante; aquí  $m_1 = M_d / a^3 = 0.3097$  gauss,  $m_2 = M_c / a^4 = 0.0219$  gauss, y  $M_d, M_c$  son los momentos del dipolo y del cuadrupolo, respectivamente.

Como no se encontró una integral de la ecuación diferencial excepto la de conservación de velocidad, no se pudo introducir unidad de longitud análoga a la de Störmer.

Se eligieron siete puntos de incidencia sobre la superficie terrestre (véase la tabla II).

Tabla II

Puntos	1	2	3	4	5	6	7
$\lambda$	30° N	75° N	75° N	75° N	60° N	0°	0°
$\varphi$	22.5° N	0°	90° E	45° E	45° E	45° E	0°
$H_c / H_d$ %	8.4	1.5	1.5	0.9	3.4	15.9	10.6
N	244	16	16	16	16	52	52

Tabla II. Las coordenadas geomagnéticas de los siete puntos de incidencia sobre la superficie terrestre; la relación de los campos del cuadrupolo ( $H_c$ ) y del dipolo ( $H_d$ ); el número de trayectorias calculadas (N).

El punto 1 se eligió para latitud y longitud medias. Los puntos 2,3,4,5, a latitudes mayores que la de la rodilla para 1950 y los puntos 6 y 7 en el ecuador geomagnéticos a longitudes de máxima y mínima magnitud del campo del cuadrupolo.

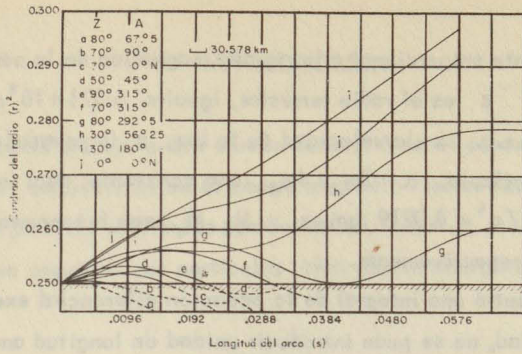


Fig. I  
Longitud del arco (s)

Las órbitas de protones secundarios de energía 0,5 Bev en el campo magnético del dipolo y cuadrupolo terrestre. Punto de incidencia  $\lambda = 30^\circ$  N  $\varphi = 22.5^\circ$  E. La tabla indica los ángulos cenitales y azimutales de incidencia.

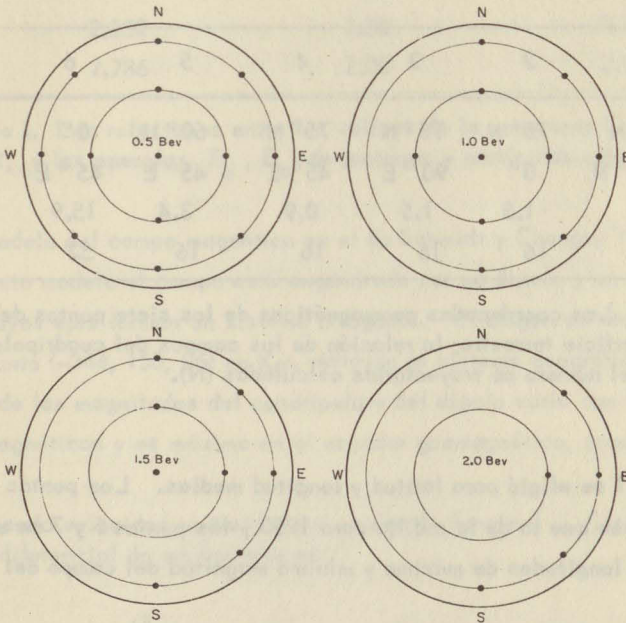


Fig. II

Órbitas de protones secundarios en la sombra de la tierra. Punto de incidencia :  $\lambda = 0^\circ$   $\varphi = 0^\circ$ . Proyecciones de la esfera unitaria sobre el plano horizontal. Los puntos representan las direcciones de incidencia en la sombra de la tierra para energías de 0,5, 1,0, 1,5, 2,0 Bev.

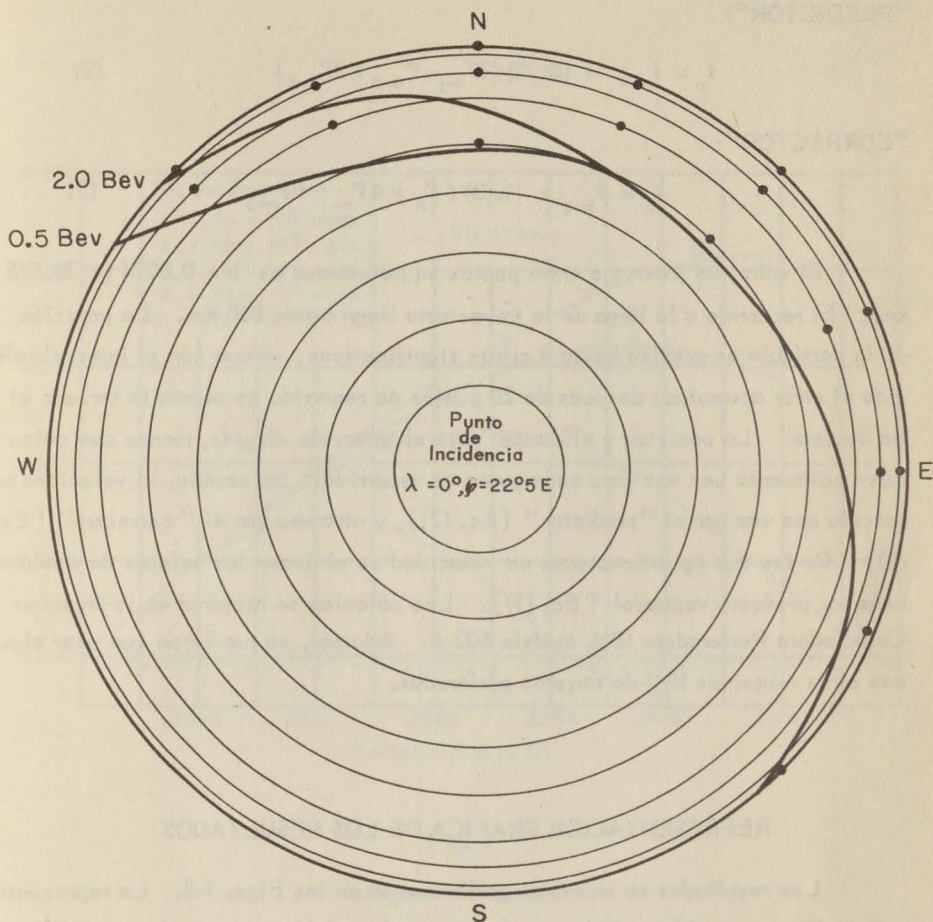


Fig. III

Conos sencillos de sombra para protones secundarios de 0.5 y 2.0 BeV. El círculo representa la proyección de la esfera unitaria sobre el plano horizontal. Los puntos representan las direcciones en la sombra de la tierra.

El método de integración numérica utilizado fué el sugerido por Milne<sup>4</sup>. Las fórmulas de integración son:

“PREDICTOR”:

$$f_n = f_{n-4} + (4h/3) (2f'_{n-1} - f'_{n-2} + 2f'_{n-3}) \quad (2)$$

“CORRECTOR”:

$$f_n = f_{n-2} + (h/3) (f'_n + 4f'_{n-1} + f'_{n-2}) \quad (3)$$

El valor del intervalo entre puntos equidistantes es  $h = 0.0024$  ( $= 30.578$  km). El recorrido a lo largo de la trayectoria llega hasta 860 Km. La posición de la partícula es precisa hasta 3 cifras significativas, ya que con el intervalo elegido el error acumulado después de 28 puntos de recorrido no afecta la tercera cifra decimal. La posición y el campo para el intervalo elegido, tienen que calcularse sólo una vez para cada punto de recorrido. En cambio, la velocidad se calcula una vez por el “predictor” [Ec. (2)], y otra vez por el “corrector” [Ec. (3)]. De las dos aproximaciones de velocidad se obtienen los valores de aceleración por producto vectorial [Ec. (1)]. Los cálculos se hicieron en la Máquina Calculadora Perforadora IBM, Modelo 602 A. Además, se tuvieron que usar algunas otras máquinas IBM de tarjetas perforadas.

## REPRESENTACION GRAFICA DE LOS RESULTADOS

Los resultados se muestran gráficamente en las Figs. 1-8. La representación gráfica es también válida para las partículas alpha que aparecen en la Tabla 1. Debe notarse que en las Figs. 1,4,5, (a), 5(b), 6(a), 6(b), 6(c), 7(a), y 7(b), las curvas no representan proyecciones de las trayectorias en un plano. En algunas de las figuras, el área rayada representa la superficie terrestre.

---

<sup>4</sup>W. E. Milne, Numerical Calculus (Princeton University Press, Princeton, 1949), p. 135.

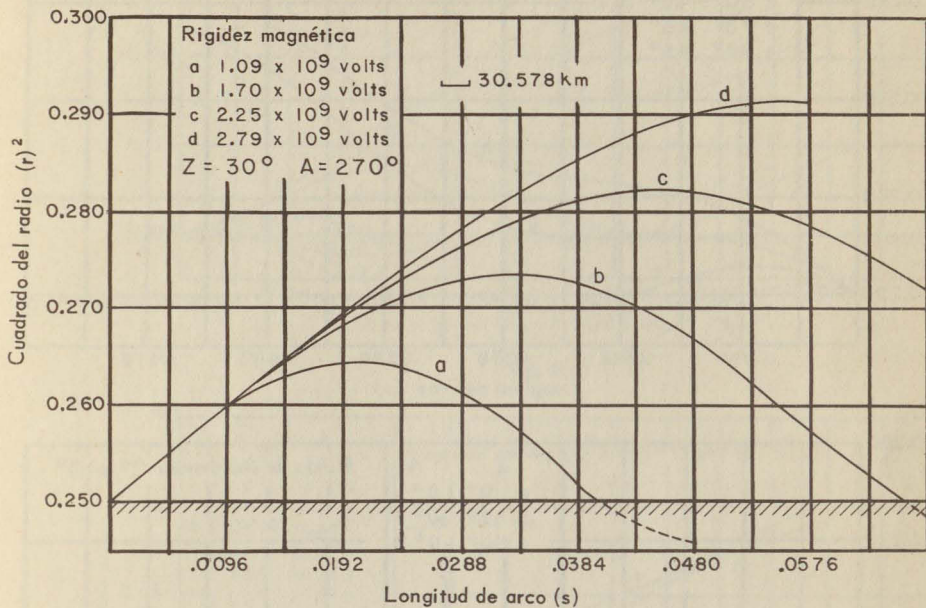


Fig. 4

Longitud de arco (s)

El efecto de la rigidez magnética sobre las trayectorias del albedo. Punto de incidencia:  $\lambda = 0^\circ$   $\varphi = 0^\circ$ .

La tabla contiene la rigideces magnéticas de protones y la dirección de incidencia. La gráfica muestra cuatro trayectorias seguidas por cuatro partículas de diferentes energías que inciden en el mismo punto, en la misma dirección.

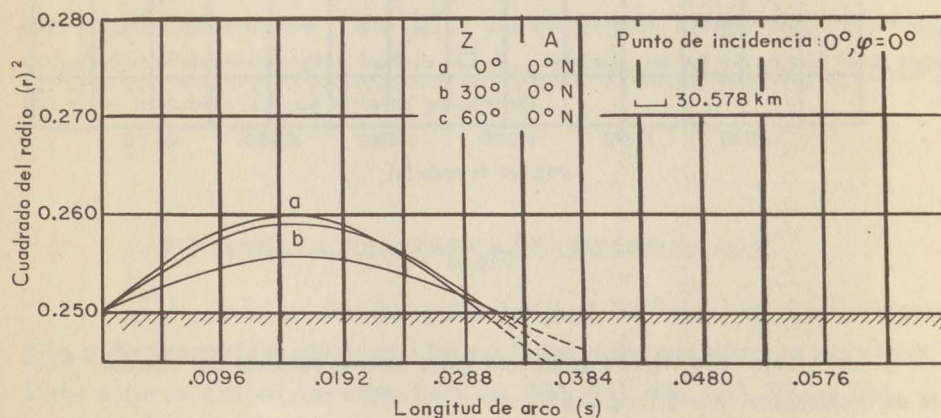
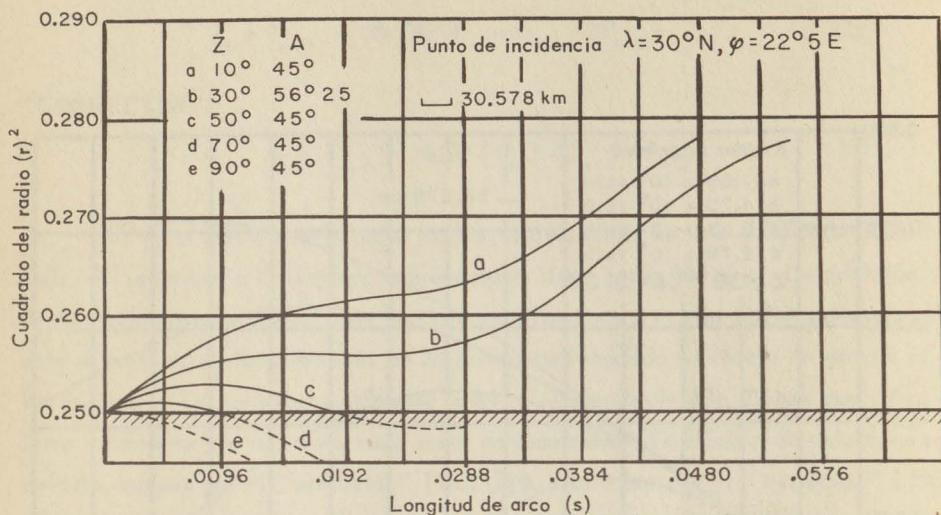


Fig. 5(a) y (b)

El efecto del ángulo cenital sobre el albedo. Trayectorias de protones de 0.5 Bev. Las tablas indican los valores del ángulo azimutal y de los ángulos cenitales variables. Se consideran dos puntos diferentes de incidencia. La comparación de las dos gráficas permite estimar la influencia de la latitud sobre el efecto cenital.

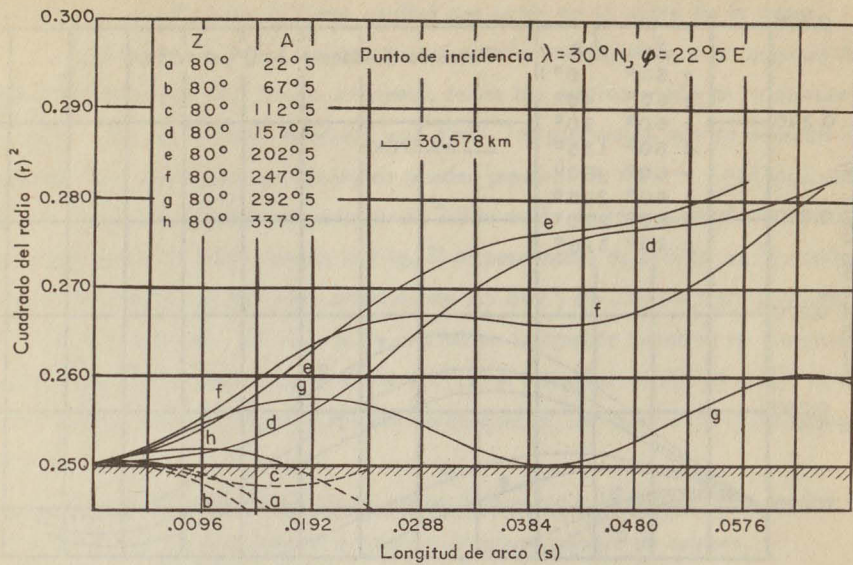


Fig. 6(a)

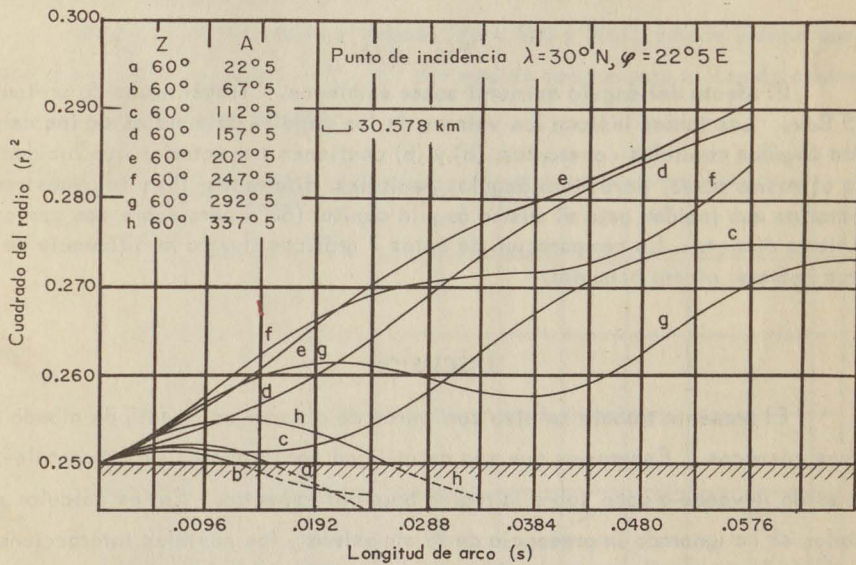


Fig. 6(b)

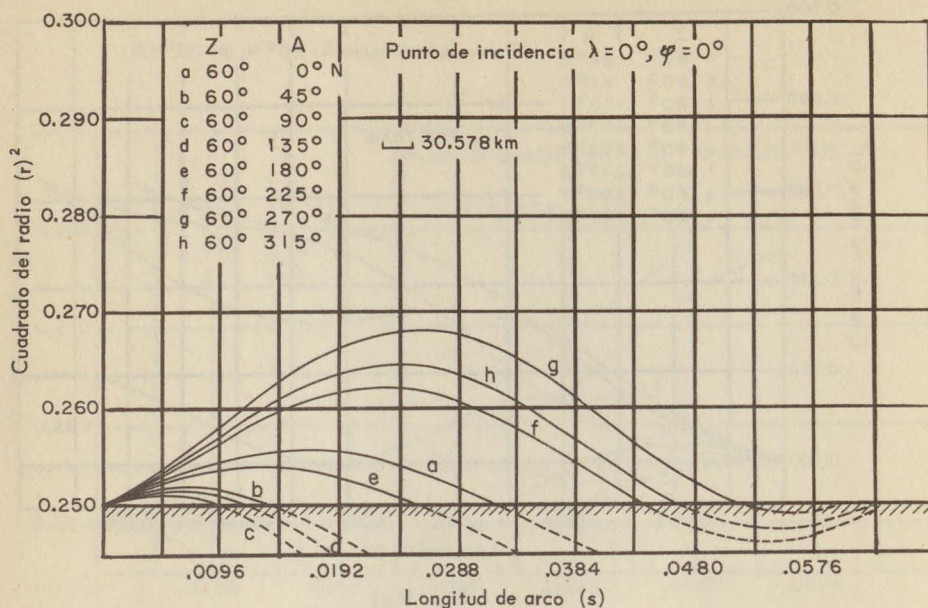


Fig. 6 (c)

El efecto del ángulo azimutal sobre el albedo. Trayectorias de protones de 0.5 Bev. Las tablas indican los valores de los ángulos azimutales de incidencia para ángulos cenitales constantes. (a) y (b) contienen trayectorias que inciden sobre el mismo punto, pero bajo ángulos cenitales diferentes; (b) y (c) muestran trayectorias que inciden bajo el mismo ángulo cenital ( $60^\circ$ ) pero sobre dos puntos de la tierra distintos. La comparación de estas 2 gráficas ilustra la influencia de la latitud sobre el efecto azimutal.

## DISCUSION

El presente trabajo se hizo con miras de obtener un modelo de albedo de los rayos cósmicos. Esperamos que sea de utilidad para trabajos experimentales que se están llevando a cabo sobre la región baja del espectro. En los cálculos efectuados se ha ignorado la presencia de la atmósfera y las posibles interacciones de la misma con el albedo. El análisis de este modelo se basa sobre las órbitas calculadas e ilustradas en las figuras adjuntas. El recorrido máximo es de 860 km. por

lo cual no se puede decir nada definitivo de las órbitas que no regresan a la tierra después de este recorrido. De las trayectorias que dentro de este recorrido regresan a la superficie de la tierra se dirá que están en la sombra de la tierra.

Las figuras 2 y 6(c) indican que el ecuador geomagnético, a la longitud de  $0^\circ$  para bajas energías (0.5 Bev o menores), todas las órbitas están en la sombra de la tierra. En cambio para energías mas altas, las partículas que se acercan a lo largo de las direcciones occidentales pueden provenir de afuera. Así solo el 50% de las órbitas de protones de energía de 2-Bev están en la sombra de la tierra. Para latitudes más altas (véase la Fig. 3) el porcentaje de órbitas en la sombra disminuye y es de un 30% para protones de 0.5 Bev y de 25% para protones de 2 - Bev respectivamente. El número de órbitas en la sombra terrestre es menor en las direcciones WSW [véase figuras 6(a) y 6(b)]. A latitudes de  $60^\circ$  N y  $75^\circ$  N, solo se calcularon órbitas para ángulos cenitales chicos; las que no alcanzaron regresar a la tierra.

Un estudio mas detallado de conos de sombra y la comparación de los mismos con los de Schremp requiere cálculo de mayor número de órbitas.

Para mayor rigidez magnética, la partícula alcanza mayor distancia de la superficie terrestre (véase Fig. 4).

El efecto cenital sobre el albedo (Figs.5(a) y 5(b)) parece indicar que para las dos latitudes estudiadas ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$  N) a medida que aumenta el ángulo cenital, aumenta la intensidad del albedo.

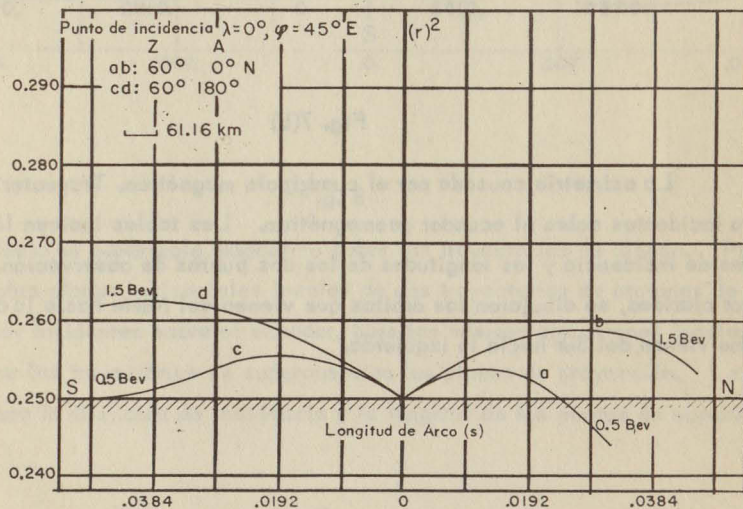


Fig. 7(a)

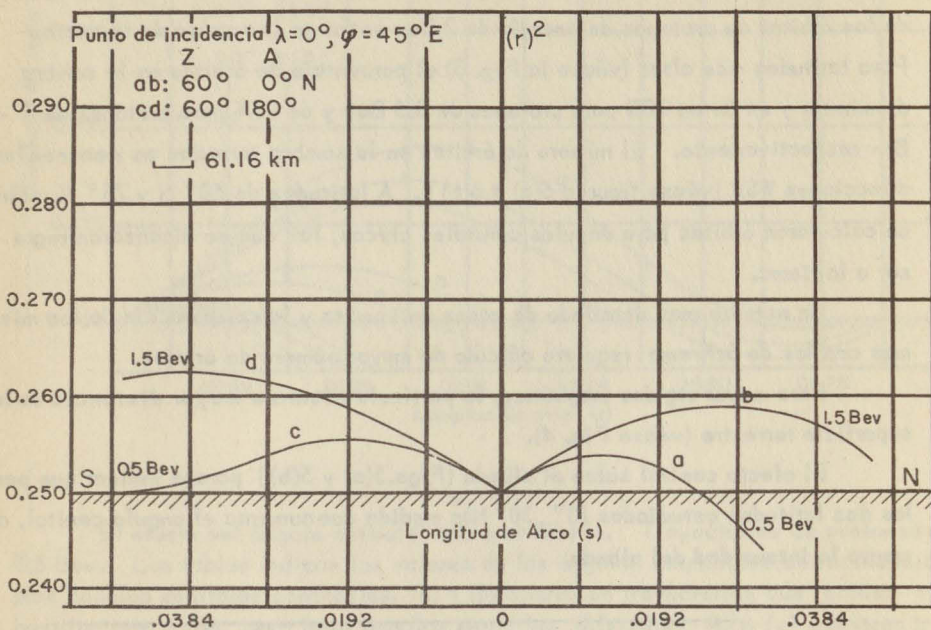


Fig. 7(b)

La asimetría causada por el cuadrupolo magnético. Trayectorias de albedo incidentes sobre el ecuador geomagnético. Las tablas indican las direcciones de incidencia y las longitudes de los dos puntos de observación. Para mayor claridad, se dibujaron las órbitas que vienen del Norte hacia la derecha y los que vienen del Sur hacia la izquierda.

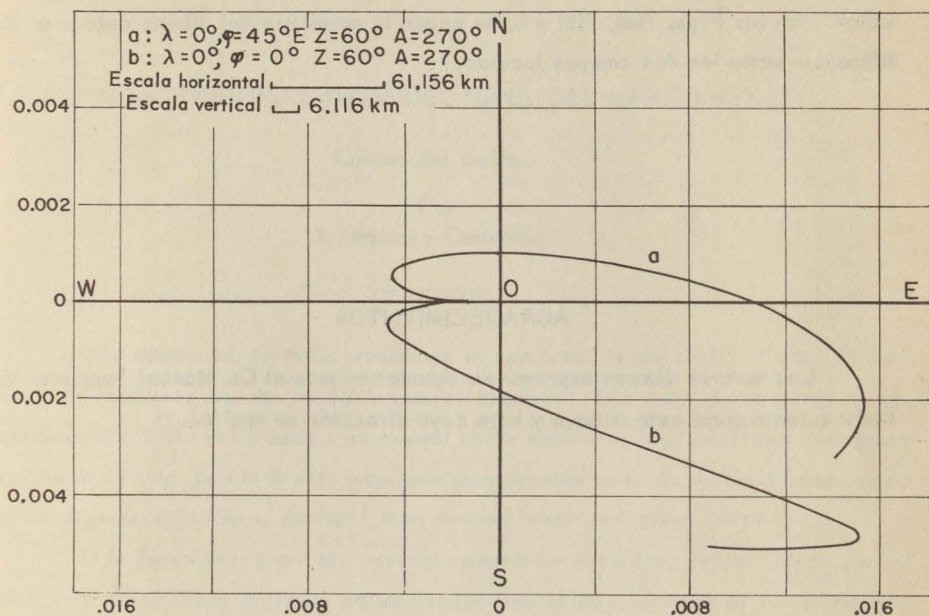


Fig. 8

El efecto de cuadrupolo magnético sobre las trayectorias de albedo. Proyecciones sobre planos horizontales locales de dos trayectorias de protones de energía 0.5 Bev incidentes sobre el ecuador, bajo las mismas direcciones locales. Para comparar las trayectorias se superpusieron los planos de proyección. La tabla proporciona la dirección de incidencia y la longitud de los puntos de observación.

El cuadripolo tiene mayor importancia para partículas de baja rigidez en el ecuador geomagnético en la cercanía de la tierra. Para estudiar el efecto del cuadripolo se eligieron las trayectorias de protones de baja energía (0.5 y 1.0 Bev ) incidentes en dos puntos diferentes del ecuador geomagnético. En el punto de incidencia de  $0^\circ$  de longitud, el campo del cuadripolo magnético es horizontal y está dirigido hacia el Este; en el otro punto ( $\varphi = 45^\circ$  E) el campo del cuadripolo es radial. En las Figs. 7(a), 7(b) y 8, se acusa la asimetría del albedo debido a la diferencia entre los dos campos locales.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Dr. Manuel Sandoval Vallarta quien sugirió este trabajo y bajo cuya dirección se realizó.