

UN MÉTODO DE CORRELACIÓN DE MAREAS

HERMINIO CEPEDA G.*

Ante la necesidad que se presenta de obtener resultados de mareas en los lugares en donde se van a efectuar estudios u obras y, como la obtención de los parámetros de mareas es a partir de observaciones continuas, efectuadas durante muchos años, se vio en la necesidad de recurrir a un método que presente las ventajas de la observación directa sin tener que esperar tanto tiempo, tal es el método de la correlación. Este sistema permite obtener resultados inmediatos de cualquier sitio, con pocos días de observación, si contamos con otro que tenga los años suficientes de observación sistemática.

El método de la correlación es un procedimiento estadístico, que tiene por objeto expresar en forma analítica la relación probable entre fenómenos variables y susceptibles de expresión numérica, es decir que sirve para establecer una correlación entre los hechos. La dependencia entre dos magnitudes se conoce en matemáticas como función y permite calcular una de las magnitudes si se conoce la otra, y la ley que las asocia. En la naturaleza no siempre es posible encontrar las leyes que representan la dependencia de magnitudes, pero en cambio podemos establecer reglas que pueden diferir en más o en menos con las observaciones, estas reglas son las correlaciones que vamos a tratar a grandes rasgos.

El método general consiste en tomar pares de valores, tanto en tiempo como en altura y compararlos entre sí, las diferencias son utilizables en base a valores promedios, estableciendo factores de corrección. Una manera de proceder es representar gráficamente mediante curvas las variaciones de las mediciones relacionadas, pero esta comparación tan gruesa, induce frecuentemente a errores, por lo cual es preferible proceder analíticamente a partir de la siguiente teoría.

* Servicio Mareográfico Nacional, Instituto de Geofísica, UNAM.

Representemos por X_1 las diferencias de una serie respecto al valor medio y por X_2 las de la otra. Si la forma de las curvas es análoga tendremos $+X_1$ ó $+X_2$, o posiblemente un $-X_1$; y un $-X_2$, en ambos casos el producto de X_1X_2 será positivo. Si la forma de una de las curvas es simétrica de la otra, X_1 y X_2 tienen signos contrarios y el producto X_1X_2 será negativo.

A fin de tener una idea de la exactitud de la misma, se forma la suma algebraica de los productos X_1X_2 , si la forma de la curva es análoga esta suma es siempre positiva; si son opuestas, siempre es negativa. Cuando se compara un gran número de casos, si la suma $X_1X_2 = 0$ indica que no existe correlación, en caso contrario, la correlación será tanto mayor, cuanto mayor sea la suma de productos. La magnitud de la suma depende, además, del número n de pares de valores y de la escala en que se representan X_1 y X_2 . Para evitar este inconveniente se divide X_1X_2 por el número de valores pares n y por el promedio de valores absolutos de X_1 y X_2 .

Así $\frac{\sum X_1^2}{n}$ es el promedio de los cuadrados de X_1 ;

$\frac{\sum X_2^2}{n}$ es el promedio de los cuadrados de X_2 .

Si hacemos $\beta_1 = \sqrt{\frac{\sum X_1^2}{n}}$, $\beta_2 = \sqrt{\frac{\sum X_2^2}{n}}$

el cociente $\frac{\sum X_1 \cdot X_2}{n \cdot \beta_1 \cdot \beta_2} = r$

que es un número independiente de la escala elegida y se llama factor de correlación.

Si $X_1 = X_2$; $r = 1$.

Si $X_1 = -X_2$; $r = -1$.

En donde $r = 1$ representa la máxima correlación y ambas curvas coinciden, $r = -1$ representa la máxima oposición y por lo tanto la curva es simétrica. $r = 0$ significa que ambas curvas no tienen relación. En general r será $r \neq 0$ considerando que no pueden hacerse infinidad de pares de valores. Por lo tanto el factor de correlación se verá afectado por un error

f que será tanto mayor cuanto menor sean los pares de valores utilizados. Pearson ha calculado el error y lo expresa como

$$f = \pm \frac{0.67449 (1 - r^2)}{\sqrt{n}}$$

en consecuencia el factor de correlación está comprendido entre $r + f$ y $r - f$, cuanto menor sea el intervalo, mejor será la correlación efectuada.

Una vez calculado el factor de correlación r , es posible decidir si existe o no relación entre dos magnitudes. El factor de correlación se aplica cuando se trata de formular la correspondencia matemática entre dos magnitudes. La forma más sencilla de esta relación es la lineal

$$\text{Así } X_1 = bX_2 + \delta$$

el coeficiente b se considera constante para todos los pares X_1X_2 y se denomina ecuación de regresión. De donde podemos fácilmente encontrar el valor de X_1 para cada valor de X_2 , la constante b se determina de manera que el error δ sea, en promedio, lo menor posible

$$b = r \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\sum X_1X_2}{\sum X_2^2}$$

calculando X_2 en función de X_1 se obtiene la ecuación de regresión $X_2 = b'X_1$ en donde el coeficiente de regresión es $b' = r \frac{\beta_2}{\beta_1}$ conviene observar que b' no es igual a $\frac{1}{b}$ por, no ser la inversa sino $\frac{r^2}{b}$.

Para el caso de las mareas este método se simplifica en forma muy significativa, recordemos que las mareas ya son en sí curvas cosenoidales en su expresión simplificada, por lo que se van a comparar pares de valores que sabemos *a priori*, corresponden a gráficas análogas, a mayor abundamiento en la naturaleza sólo existen cinco tipos básicos de mareas: las diurnas, las semidiurnas y las mixtas con sus tres variantes. Las primeras presentan un máximo y un mínimo en veinticuatro horas, la segunda presenta un máximo y un mínimo en doce horas, de ahí su nombre de semidiurno, presentando su segundo máximo y mínimo en las siguientes doce horas casi igual que el primero y las mixtas que como su nombre indica, son una mezcla de las dos primeras, mostrando un máximo y un

COMPARACIÓN DE OBSERVACIONES SIMULTÁNEAS

(A) ESTACIÓN SUBORDINADA EL CARACOL Lat. Long.
 (B) ESTACIÓN ESTÁNDAR TOPOLOBAMPO Lat. Long.
 JEFE DE GRUPO HORA DEL MERIDIANO (A) (B)

	(A) Estación		(B) Estación		(A) — (B)		(A) Estación		(B) Estación		(A) — (B)	
	Tiempo		Tiempo		Diferencia		Altura		Altura		Diferencia	
Año 78	HW	LW	HW	LW	HW	LW	HW	LW	HW	LW	HW	LW
Mes Día	Hora	Hora	Hora	Hora	Hora	Hora	Mts.	Mts.	Mts.	Mts.	Mts.	Mts.
Feb. 20	9.0	3.5	8.0	2.0	1.0	1.5	1.43	0.61	2.07	1.34	-0.64	-0.73
	23.0	17.0	21.5	15.0	1.5	2.0	1.38	0.23	1.89	0.88	-0.51	-0.65
21	10.0	4.0	9.0	3.0	1.0	1.0	1.55	0.54	2.19	1.28	-0.64	-0.74
	23.0	18.0	22.0	16.0	1.0	2.0	1.43	0.23	1.92	0.88	-0.49	-0.65
22	10.5	5.0	9.0	3.0	1.5	2.0	1.58	0.51	2.24	1.20	-0.66	-0.69
	23.0	18.0	22.0	16.0	1.0	2.0	1.50	0.23	1.95	0.90	-0.45	-0.67
23	11.0	5.0	10.0	4.0	1.0	1.0	1.58	0.47	2.22	1.16	-0.64	-0.69
	18.5	23.0	16.5	10.0	1.0	2.0	1.54	0.29	1.99	0.91	-0.45	-0.62
SUMA					9.08	13.5	HHW 6.14	HLW 2.13	HHW 8.72	HLW 4.98	HHW -2.58	HLW -2.85
PROMEDIO							1.54	0.53	2.18	1.24	-0.64	-0.71
SUMA					9.08	13.5	LHW 5.85	LLW 0.98	LHW 7.75	LLW 3.57	LHW -1.90	LLW -2.59
PROMEDIO					1.1	1.7	1.46	0.24	1.94	0.89	-0.48	-0.65

HW LW
 (1) = 1.1 1.7 = PROMEDIO DE LAS DIFERENCIAS
 (2) = 0.0 0.0 = CORRECCIÓN
 (3) = 1.1 1.7 = (1) + (2)

Mts.

(4) = 1.54 = PROMEDIO HHW (A) (5) = 0.53 = PROMEDIO HLW (A)
 (6) = 1.46 = PROMEDIO LHW (A) (7) = 0.24 = PROMEDIO LLW (A)
 (8) = 0.08 = (4) - (6) = 2DHQ (A) (9) = 0.29 = (5) - (7) = 2DLQ (A)
 (10) = 1.50 = 1/2 (4) + (6) (11) = 0.38 = 1/2 (5) + (7)
 (12) = 1.12 = (10) - (11) = Mn (A) (13) = 0.94 = 1/2 (10) + (11) = MTL (A)
 (14) = -0.64 = PROMEDIO HHW (15) = -0.71 = PROMEDIO HLW
 (16) = -0.48 = PROMEDIO LHW (17) = -0.65 = PROMEDIO LLW
 (18) = -0.16 = (14) - (16) = 2DHQ (19) = +0.06 = (15) - (17) = 2DLQ
 (20) = -0.56 = 1/2 (14) + (16) = promedio HW (21) = -0.68 = 1/2 (15) + (17) = prom. LW
 (22) = 0.12 = (20) - (21) = diferencia Mn (23) = -0.62 = 1/2 (20) + (21) = MTL
 (24) = 1.12 = (12) + (22) = Radio Mn (25) = 0.33 = (8) - (18) = DHQ
 (26) = 1.26 = (9) - (19) = DLQ

RESULTADO DE LA COMPARACIÓN (A) y (B) HWL LWL MTL Mn DHQ DLQ
 HORA HORA MTS. MTS. MTS. MTS.

VALORES ACEPTADOS DE ESTACIÓN (A)

1.65 0.83 0.11 0.20

DIF. Y RELACIÓN (3) (23) (24) (25) (26)

-0.62 x1.12 x0.33 x1.26

VALORES CORRECTOS DE LA ESTACIÓN SUBORDINADA

1.03 0.93 0.04 0.25

mínimo en las primeras doce horas que difiere substancialmente del segundo, esta diferencia se observa en tres variantes, desigualdad diurna en las pleamares (máximos), desigualdad diurna en las bajamares (mínimos) y desigualdad diurna (diferencia de altura) tanto en pleamares como en bajamares.

Si nos obligamos a comparar las mareas de sólo uno de los tipos entre sí, tenemos la certidumbre de cumplir con todas las condiciones del método, lo anterior se explica por si solo con un ejemplo numérico del cual por comodidad sólo utilizaremos los máximos (pleamares) y mínimos (bajamares) de la curva de mareas.