

ENSAYO DE UN PRONOSTICO NUMERICO DE ISOHIPSAS EN MEXICO A 500 mb

L. LE MOYNE HERNÁNDEZ*

RESUMEN

Aplicando el modelo barotrópico equivalente, al nivel de 500 mb, se pronostica, cada media hora, la altura a que se presentará, hasta obtener el valor final 24 horas después. Este pronóstico se realiza desarrollando el modelo por el método de diferencias finitas, que se manipula, por un proceso de relajación, en una malla de pronóstico que cubre de los 8° a los 38° lat. N y de los 80° a los 124° long. W, con puntos de 222.2 Km de separación. Las isohipsas, de pronóstico y observadas, se comparan considerándolas como secuencias ordenadas de datos, obteniéndose la correlación entre éstas, a fin de evaluar el grado de precisión del pronóstico, lográndose un máximo de 98% de correlación.

ABSTRACT

Applying the equivalent barotropic model, at a level of 500 mb, the height at which it will present until the final value is obtained 24 hours after, is prognosticated every half an hour. This prognostic takes place developing the model by the method of finite differences, which is manipulated by a relaxation process in a prognostic mesh, which covers from 8° to 124° W longitude, with separation points of 222.2 Km. The prognostic and observed isohypsas are compared, being considered as orderly data sequences, obtaining the correlation between these, in order to evaluate the preciseness degree of the prognostic, getting a maximum of 98% of the correlation.

* Departamento de Ciencias Atmosféricas, Instituto de Geofísica, UNAM.

INTRODUCCIÓN

La República Mexicana es, por su ubicación geográfica, un país donde el pronóstico del tiempo es de características poco comunes, comparado con otros lugares del globo.

Su posición lo ubica como un país tanto inter, como extratropical; su orografía de país montañoso, así como sus extensos litorales, condicionan una gran complejidad para lograr precisión en el pronóstico meteorológico.

Esto da motivo a que en la actualidad se busquen en nuestro país métodos y modelos, cada vez más adecuados, de obtención de altas precisiones de pronóstico.

El presente trabajo es un ensayo de utilización del "Modelo Barotrópico Equivalente" para la República Mexicana; este modelo, si bien es ya utilizado en algunos países y en algunos otros está considerado como anticuado, en nuestro país representa el primer paso hacia el pronóstico numérico, que, como demostraremos en este trabajo, es superior al pronóstico subjetivo tradicional. Nuestro primer paso es la obtención de experiencia, a fin de lograr posteriormente, la implantación de modelos de varias capas, e incluso finalmente, un modelo de ecuaciones primitivas.

Desde un punto de vista formal, el problema del pronóstico del tiempo plantea básicamente la solución de seis ecuaciones simultáneas que describen a la atmósfera; para el pronóstico del tiempo con métodos numéricos, estas ecuaciones diferenciales deben ser transformadas, en una forma tal, que las computadoras sean capaces de manipular. El modelo general de la atmósfera, representado por las ecuaciones, puede ser simplificado a través de un modelo ondulatorio, con únicamente tres tipos de onda básicos, que conjugados mediante una superposición de ondas conduce al modelo atmosférico simple. Este modelo ondulatorio se simplifica nuevamente por un proceso de filtrado de ondas, que lleva a una ecuación básica para describir la atmósfera, en la aproximación de las ondas de Rossby, llamada "Modelo Barotrópico Equivalente", caracterizado por la ecuación (6) (1).

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 Z + \frac{g}{f} J(Z, \nabla^2 Z) + \beta \frac{\partial Z}{\partial X} - \frac{A_0 f}{RT_0} \left(\frac{g}{f} \nabla^2 Z + f \right) \left[\frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{g}{f} J(Z_y, Z_g) \right] = 0$$

donde

- t tiempo
- z altura
- x coordenada hacia el Este
- g aceleración gravitacional
- f parámetro de Coriolis
- β parámetro de Rossby
- A_0 factor de proporcionalidad entre el vector viento y su promedio virtual
- R constante de los gases
- T_0 temperatura
- Z_g altura geográfica

Esta ecuación se desarrolla por diferencias finitas en una malla a 500 mb de altura, designando $m = 1$ (Proyección Mercator) como el factor de mapa y las aproximaciones en diferencias finitas centradas para el Laplaciano y el Jacobiano indicados por las ecuaciones (2) y (3).

$$(2) \quad \nabla_m^2 \phi \simeq \frac{1}{d^2} (\phi_{i+1j} + \phi_{ij+1} + \phi_{i-1j} + \phi_{ij-1} - 4\phi_{ij}) \equiv \frac{1}{d^2} \nabla^2 \phi$$

$$(3) \quad J_m(\phi, \psi) \simeq \frac{1}{4d^2} [(\phi_{i+1j} - \phi_{i-1j})(\psi_{ij+1} - \psi_{ij-1}) - (\phi_{ij+1} - \phi_{ij-1})(\psi_{i+1j} - \psi_{i-1j})] \equiv \frac{1}{4d^2} J(\phi, \psi)$$

así como asignando los valores para la vorticidad $VV = (m^2g/d^2f) \nabla^2 z$ donde d es la distancia entre los puntos de la malla, y $\mu^2 = -d^2 A_0 f(VV + f)/m^2RT_0$, donde $A = 1$ para 500 mb se obtiene la ecuación

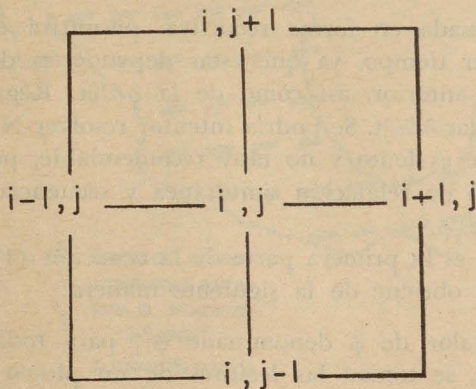


Figura 1

(4), en la cual F_{ij} es el término no homogéneo de la ecuación diferencial parcial; evaluado en el punto (i, j) (Fig. 1).

(4)

$$\nabla^2 \frac{\partial Z}{\partial f} - \mu^2 \frac{\partial Z}{\partial f} = -\frac{1}{4} J(Z, VV + f) - \frac{\mu^2 m^2 g}{4d^2 f} J(Z, Zg) = F_{ij}$$

Esta ecuación (4) junto con las condiciones adecuadas a la frontera, puede ser usada para calcular la altura Z del nivel de 500 mb a cualquier tiempo, empezando con un valor arbitrario inicial a $t = 0$ y especificando los valores de Z y en cada punto de frontera de la malla, a cada estado del tiempo.

La cuestión es hacer que Z y VV mantengan sus valores iniciales para todo punto de la frontera, en tal forma, que $\partial Z/\partial t$ tenga un valor cero a todos los tiempos.

Supongamos ahora que el valor Z se conoce al tiempo $t = 0$ para todos los puntos de la malla; esto se logra planteando los valores de 500 mb reportados por Miami en la carta sinóptica, donde se leen y utilizan como condiciones iniciales, lo cual permite el cómputo de las funciones μ y F para todo punto de la malla, haciendo ahora la incógnita a determinar la función $\partial Z/\partial t$. Si suponemos que pueden ser calculados en el interior de la malla los valores de Z_{ij} al tiempo $t = \Delta t$, esto permite que se puedan también computar del desarrollo al interior de la malla por la fórmula de diferencias finitas adelantadas, dada por la ecuación (5).

$$(5) \quad Z_{ij}^1 = Z_{ij}^0 + \Delta t \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)_{ij}^0$$

Esta ecuación usada en forma recursiva, permitirá el cálculo de las alturas a cualquier tiempo, ya que estas dependerán de la posición de las Z_{ij} en un Δt anterior, así como de la $\partial Z/\partial t$. Regresemos ahora al problema de calcular $\partial Z/\partial t$. Se podría intentar resolver $N \times M$ ecuaciones simultáneas lo que es lento y no muy recomendable, por lo que se usa el llamado método de relajación simultánea y secuencial, llamando a la $\partial Z/\partial t$ simplemente ϕ .

La ecuación (6) es la primera parte de la ecuación (4) con un término de residuo que se obtiene de la siguiente manera:

Se prefija un valor de ϕ denominado ϕ_{ij}^0 para toda la malla; para prefijar este valor, se toman las lecturas de un ploteo a 500 mb 24 h antes y se considera el análisis de persistencia, no en el sentido tradicio-

nal, sino en lo que respecta a la velocidad, o sea que un sistema que se hunde, se considera que se seguirá hundiendo y en uno que asciende se considera que continuará ascendiendo. En el caso común al substituir este valor en la ecuación (6), este no será un valor que lleve a cero esta ecuación para toda la malla sino que diferirá por un valor R (Residuo).

$$(6) \quad \nabla^2 \phi_{ij}^0 - \mu_{ij}^2 \phi_{ij}^0 = F_{ij} + R_{ij}$$

$$(7) \quad \phi_{ij}^1 = \phi_{ij}^0 + \frac{1}{4\mu_{ij}^2} R_{ij}^0$$

$$(7a) \quad \phi_{ij}^{m+1} = \phi_{ij}^m + \frac{\alpha}{4 + \mu_{ij}^2} R_{ij}^m$$

$$(8) \quad R_{ij}^m = \nabla^2 \phi_{ij}^m - \mu_{ij}^2 \phi_{ij}^m - F_{ij}$$

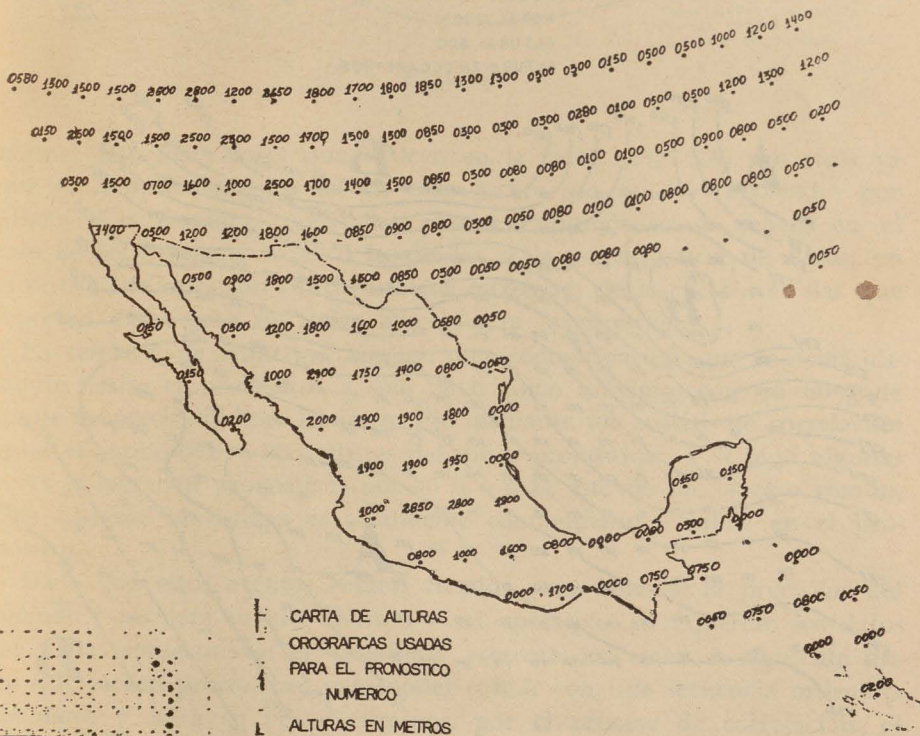


Figura 2

Corrigiendo el valor de ϕ_{ij} por la ecuación (7) y en general usando las ecuaciones (7a) y (8) como recursivas en la computadora hasta un límite crítico de aceptabilidad para el residuo, que en nuestro caso fue de 1 milésimo, lo que nos permite evaluar la ϕ para cada paso, el factor α , se conoce como coeficiente de relajación y es aproximadamente $2(1 + \text{sen } \pi/N)$ donde N es el número de puntos de la malla por un solo lado. Para garantizar la estabilidad numérica, la marcha en la computadora se realiza cada media hora (6) ($\Delta t = 1/2$ hora).

La Z_g denota las alturas Orográficas, que fueron tomadas directamente de un mapa sin interpolación, simplemente por la coincidencia de punto en el plano (Fig. 2), esto implica que muchos de los valores serán cero en la malla por corresponder a puntos localizados en el mar.

En la Fig. 3, aparece un ploteo típico de la computadora (A) y uno

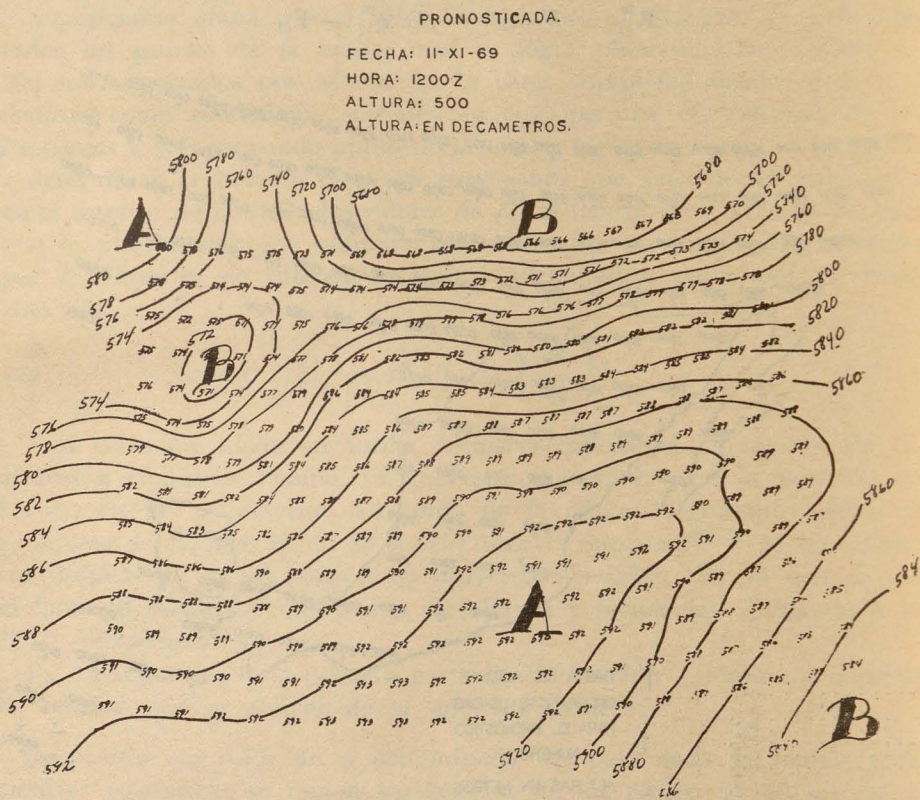


Figura 3

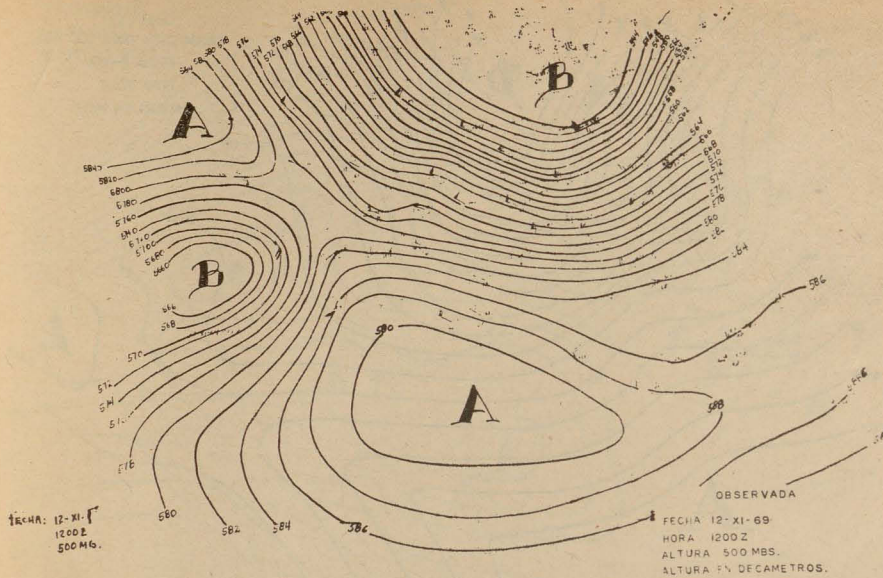


Figura 4

normal (B), los valores que se leen en la carta (Fig. 3A) son ricos ya que la computadora los da en cada punto, no así los reportados por Miami. Las fronteras prefijadas para este pronóstico se deben, en el caso de las fronteras bajas o izquierdas, a la no existencia de datos; en el otro a la limitación continental de estaciones de los E. U., e islas que reportan datos para no dejar mucho a la imaginación.

La cercanía de fronteras implica una contaminación que matemáticamente limita el pronóstico a solo 28 h como máximo, con un 60% de límite de precisión. Este límite se fijó mediante un análisis de correlación entre el pronóstico y las lecturas del día a pronosticar; y si bien algunas veces se lograban pronósticos por 30 h o más, este no fue el caso común, más adelante el sistema es totalmente contaminado e inútil en el pronóstico.

Dado que estos eventos fueron creados para obtener la precisión del método y no para su uso diario a nivel operativo, se requerían los datos de 3 días consecutivos: el anterior y presente, así como el siguiente día en que fueron procesados, para poder contar con una secuencia ordenada de datos y así a su vez determinar, por el proceso de correlación, el grado de precisión en el pronóstico.

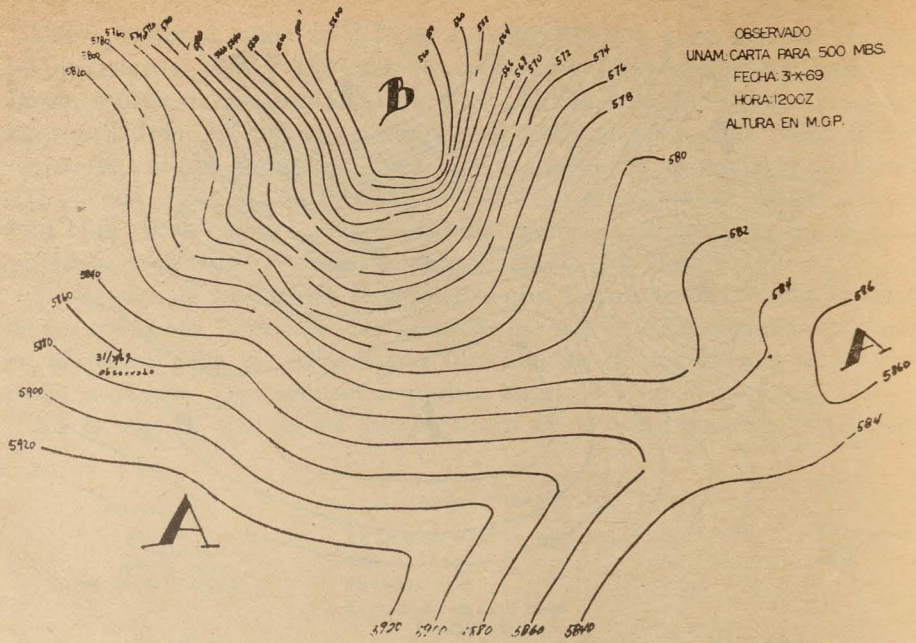


Figura 5

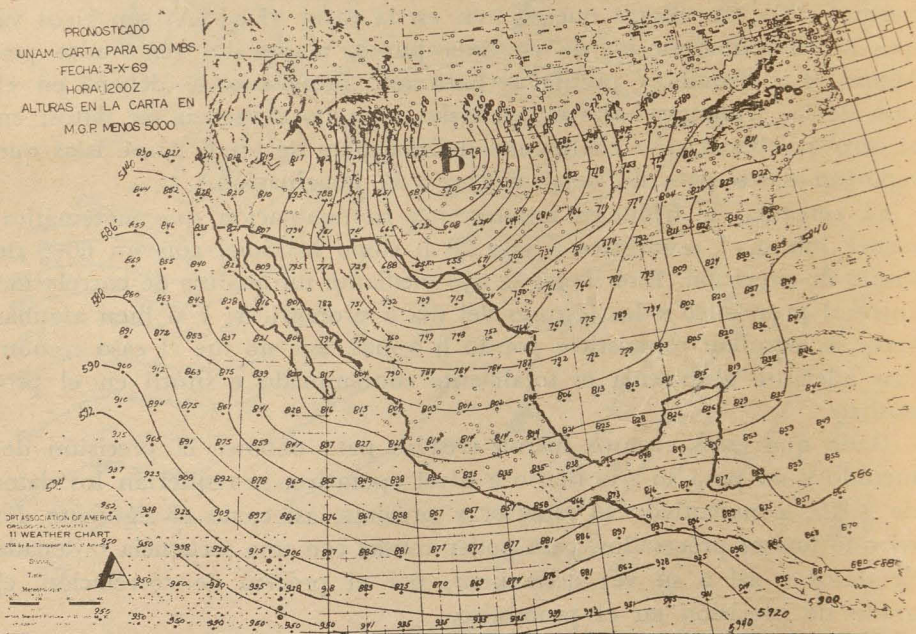


Figura 6

OBSERVADO
 UNAM. CARTA PARA 500 MBS
 FECHA: 21-VII-69
 HORA: 1200Z
 ALTURA EN M.G.P.

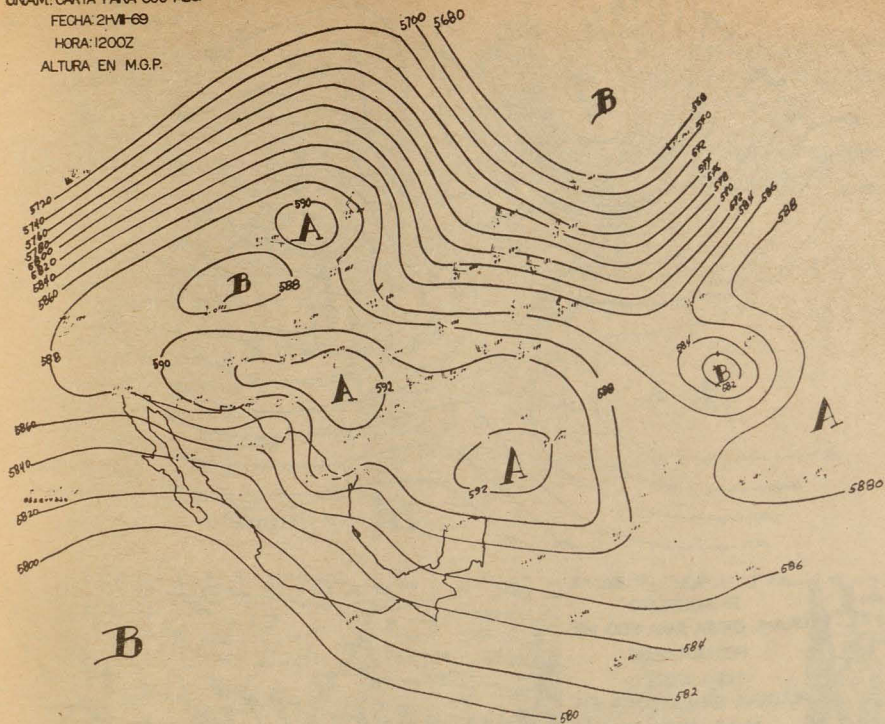


Figura 7

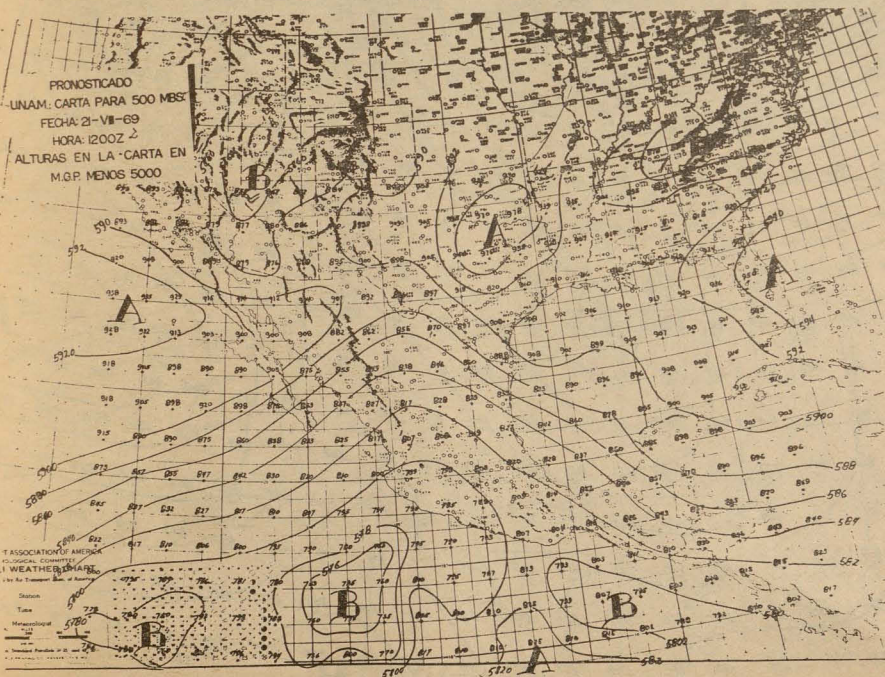


Figura 8

OBSERVADO
 UNAM: CARTA PARA 500 MBS.
 FECHA: 4-X-69
 HORA: 1200Z
 ALTURA EN M.G.P.

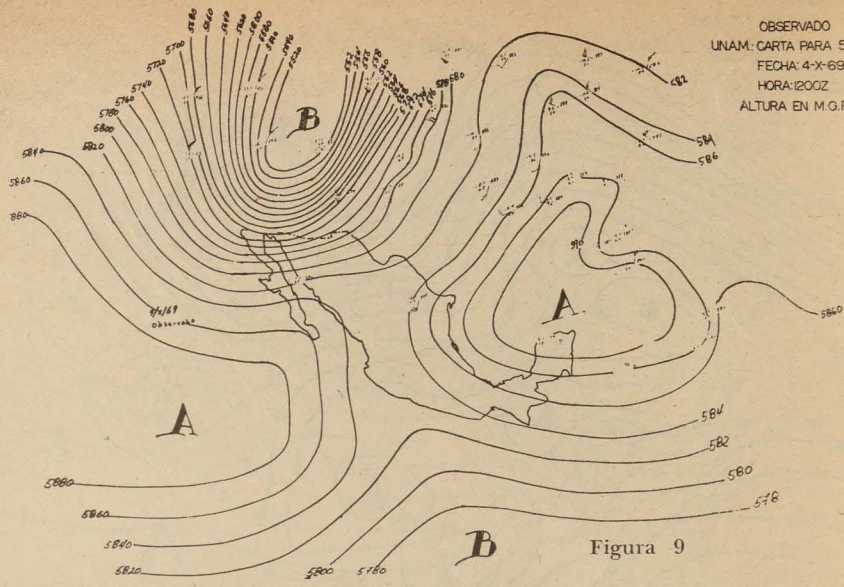


Figura 9

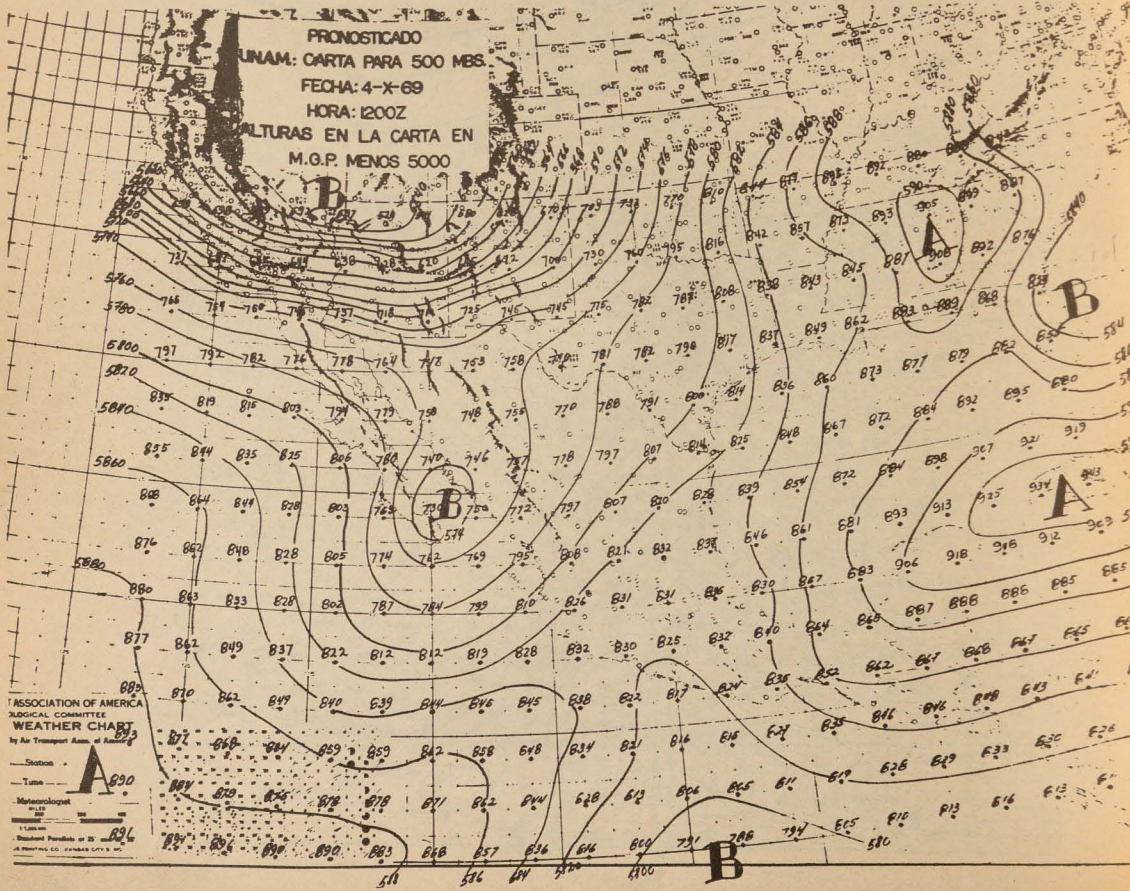
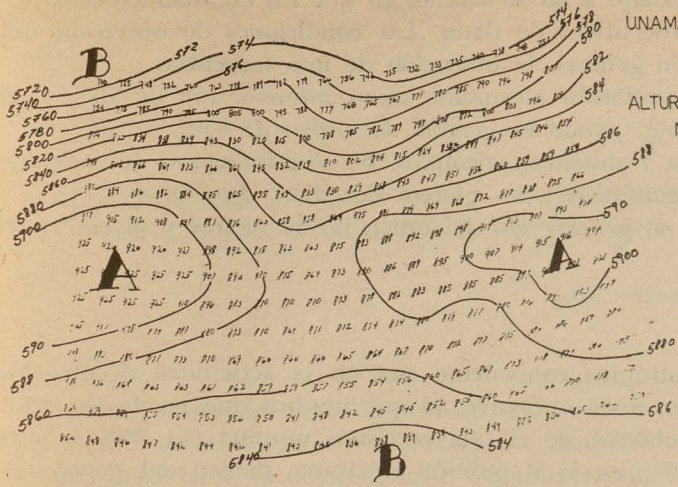
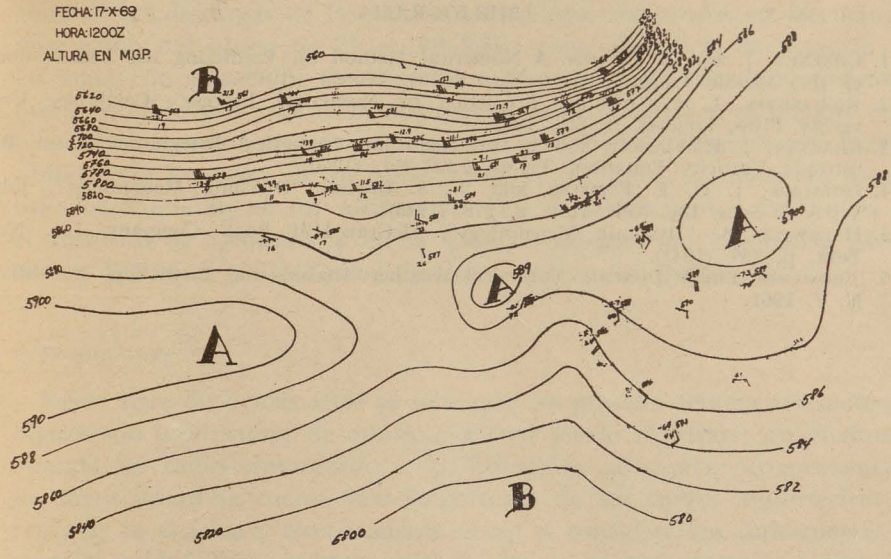


Figura 10

PRONOSTICADO
 UNAM: CARTA PARA 500 MBS.
 FECHA: 17-X-69
 HORA: 1200Z
 ALTURAS EN LA CARTA EN
 M.G.P. MENOS 5000



OBSERVADO
 UNAM: CARTA PARA 500 MBS.
 FECHA: 17-X-69
 HORA: 1200Z
 ALTURA EN MGP.



Figs. 4, 5, 6 y 7, muestran los ploteos comparativos entre la observación y el pronóstico, las partes bajas con el pronóstico de lo computado y las superiores la observación. Nótese la gran precisión del pronóstico.

Esto limita el trabajo a las secuencias, en que sin eventualidades, se lo-graban 3 días consecutivos de datos. Las condiciones de operación del teletipo limitan, en general, la obtención de más secuencias.

El índice de correlación alcanzado, como mínimo, fue de 70% y el máximo fue de 96%, siendo en general del orden de 85%.

Las Figuras 4 a 7 muestran ejemplos, no discriminados, de compara-ciones entre el pronóstico y los ploteos del día.

Las diferencias en general son del orden de 50 metros o menos en el pronóstico.

CONCLUSIONES

El modelo barotrópico equivalente está en la actualidad desarrollado a 500 mb hasta un nivel operativo, lo que implica que puede ser usado de inmediato, y obtener de él una precisión mínima del 70% y hasta un máximo de 96% en la República Mexicana, dentro del periodo de prueba entre los meses de agosto a noviembre.

BIBLIOGRAFIA

1. CHARNEY, J. and A. ELIASSEN. A Numerical Method for Predicting the Perturbations of the Middle Latitude Westerlies, *Tellus*, 1:38-54 (1949).
2. RICHARDSON, L. F. "Weather Prediction by Numerical Process". Cambridge University Press, London, p. 236, 1922.
3. CHARNEY, J. R. Fjørtoft, and J. von Neumann. Numerical Integration of the Barotropic Vorticity Equation, *Tellus*, 2:237-254 (1950).
4. HOLMBOE, J. G. E. Forsythe, and W. S. Gustin. "Dynamic Meteorology", John Wiley & Sons, Inc. New York, p. 378 (1945).
5. HAURWITZ, B. "Dynamic Meteorology", McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, p. 365 (1941).
6. THOMPSON, PHILIP DUNCAN. Numerical Weather Analysis and Prediction. MacMillan, N. Y. 1961.