

## PROBABLE DESCENTRAJE DEL NÚCLEO TERRESTRE

JOSÉ MATEO GOLDARACENA

Profesor y Jefe del Departamento de Gravimetría, Observatorio Astronómico de La Plata. Profesor e Investigador Especial, Instituto de Geofísica, UNAM.

Después del advenimiento de los satélites artificiales, se ha llegado a tener un conocimiento más exacto del campo potencial terrestre con la valoración de los coeficientes armónicos; y como consecuencia de ello un valor mejorado de los radios terrestres y especialmente del aplanamiento geométrico de la sección meridiana, del orden de  $1/298.2$ , confirmado por varios autores en base al estudio de distintos satélites.

Kaula (1961), ha deducido y graficado las desviaciones del geoide, y posteriormente Garland en su obra (*The Earth-Shape and Size*) da en su trabajo valores tal vez mejor elaborados con el tiempo. Últimamente King-Hele (1967), con mayor acopio de datos, presenta una mejor evaluación de las desviaciones del geoide a partir de un elipsoide de referencia.

Una observación detenida, a la altura del ecuador terrestre, nos conduce a que éste tendría forma elíptica (figura 1), y a la vista de las grandes desviaciones, que pueden alcanzar en algunas partes medio centenar de metros, el autor sugiere que las mismas no pueden ser fácilmente explicadas como producidas por causas exteriores visibles, sean ellas la altura de los continentes o la profundidad de los mares.

Ya Pizzetti en su obra (*Principii della Teoria Meccanica della Figura dei Pianeti*), demostró que la condensación de masas de la meseta de Pamir al nivel del geoide, con su altura de 4 000 metros, y su enorme tamaño en latitud y longitud, produciría una variación de la superficie equipotencial del orden de un metro, y agregaba que pese a la grandiosidad del fenómeno geológico las irregularidades geóidicas podrían en general considerarse despreciables.

Si masas tan enormes apenas producen variaciones en la superficie equipotencial, diferencias de 50 metros o de ese orden repartidas en áreas enormes, aparecen producidas, apenas parcialmente, por la distinta distribución de masas de la corteza terrestre, de modo que ha de buscarse su explicación en causas internas, preferentemente con origen en la posición del núcleo.

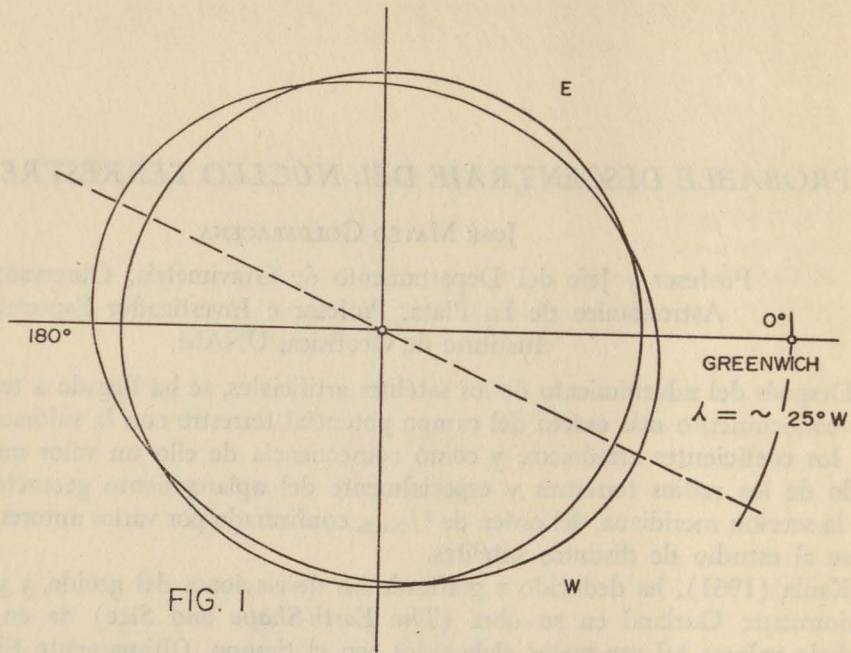


FIG. I

El potencial de atracción terrestre puede expresarse como:

$$V = \frac{k^2 M}{R} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{n=\infty} \frac{a}{R} \left[ J_n P_n + \sum_{m=1}^{m=n} (J_{n,m} \cos m \Theta + K_{n,m} \operatorname{sen} m \Theta) P_n^m \right] \right\}$$

en donde  $a$  = radio ecuatorial terrestre,  $R$  = radio vector,  $P_n$  los polinomios de Legendre,  $P_n^m$  los polinomios asociados y  $J_n$ ,  $J_n^m$  y  $K_n^m$  coeficientes a determinar. Además  $k^2$  = constante gravitacional y  $M$  = masa total de la Tierra.

A la altura del ecuador los términos zonales ( $P_n$ ) desaparecen o son constantes y lo mismo pasa con los teselares, quedando solamente los términos sectoriales ( $P_n^m$ ), de modo que, si admitimos que  $\frac{a}{R} \cong 1$  resultará:

$$V = \frac{k^2 M}{R} \left[ 1 - \sum_{n=2}^{n=\infty} (J_{n,m} \cos n \Theta + K_{n,m} \operatorname{sen} n \Theta) P_n^m \right] + T$$

en donde con  $T$  significamos todos los términos, tanto zonales como teselares que pueden ser nulos o constantes.

Tomando el origen  $\Theta$  de las longitudes en el lugar donde  $V$  resulta un máximo y un mínimo (para  $\Theta = 0^\circ$  y  $\Theta = 90^\circ$  respectivamente) se obtiene:

$$V_0 = \frac{k^2 M}{R} \left[ 1 - \sum_{n=2}^{n=\infty} (J_{n,m}) P_n^n \right] + T$$

$$V_{90^\circ} = \frac{k^2 M}{R} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{n=\infty} \left[ J_{n,m} \cos \left( n \frac{\pi}{2} \right) + K_{n,m} \operatorname{sen} \left( n \frac{\pi}{2} \right) \right] P_n^n \right\} + T$$

La diferencia será:

$$\Delta V = V_0 - V_{90^\circ} = -\frac{k^2 M}{R} \left\{ \left[ J_{n,m} \left( 1 - \cos n \frac{\pi}{2} \right) - K_{n,m} \operatorname{sen} n \frac{\pi}{2} \right] P_n^n \right\}$$

Para el término principal  $n = 2$ , es simplemente

$$\Delta V = -\frac{k^2 M}{R} (2 J_{2,2} P_2^2)$$

y como  $P_2^2 = 3 \cos^2 \varphi$ , en el ecuador es simplemente  $P_2^2 = 3$ , de modo que

$$\Delta V = -\frac{k^2 M}{R} 6 J_{2,2}$$

El coeficiente  $J_{2,2}$  define la elipticidad del ecuador. Según Kosai (1963), es  $J_{2,2} = -1.97 \times 10^{-6}$  de modo que

$$\Delta V \cong 12 \frac{k^2 M}{R} \times 10^{-6} \cong 12 \frac{k^2 M}{R^2} R \times 10^{-6} \cong 12. g. R \times 10^{-6} \quad (1)$$

y como  $\Delta V = g. \Delta R$ , resulta:

$$\Delta R = 12. R \times 10^{-6} \cong 78 \text{ mts.}$$

en muy buena concordancia con lo que expresa la figura 1.

Podemos decir que en general y en media, el semieje mayor ecuatorial es 40 metros mayor que el valor medio, y que el semieje menor ecuatorial es 40 metros menor que el valor medio. Esto conduce a una elipticidad ecuatorial del orden de  $1/125.000$ , un poco menor que la aceptada por trabajos geodésicos en tierra. El eje de las  $\Theta$ , según la figura 1, se halla aproximadamente  $25^\circ$  al oeste de Greenwich.

Un detalle interesante es que, en longitud  $\Theta = 0^\circ$ , el geoide se halla menos levantado que en longitud  $\Theta = 180^\circ$ .

Vamos a demostrar que (Fig. 2), la diferencia de potenciales ya hallada para  $\Theta = 0^\circ$  y  $\Theta = 90^\circ$ , puede explicarse si el núcleo terrestre se hallara des-

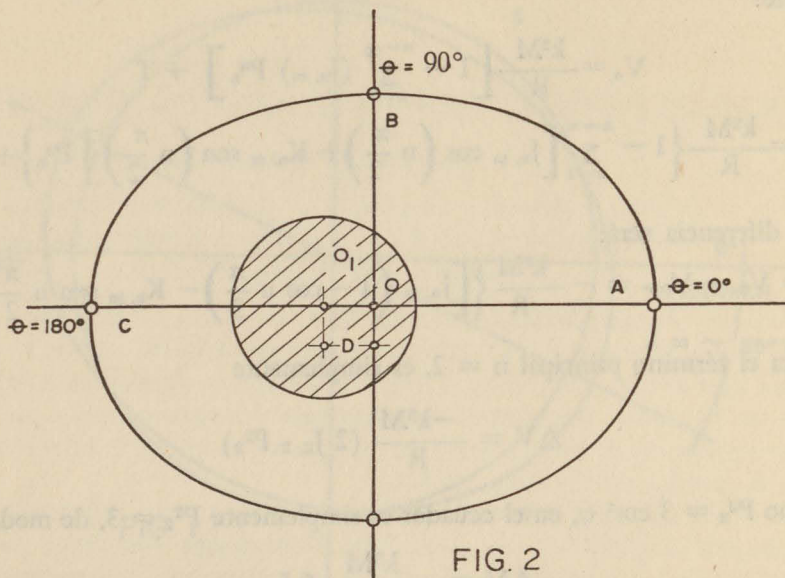


FIG. 2

plazado en el plano ecuatorial en el eje AC, una cantidad D, separación entre el centro O del elipsoide medio, y O<sub>1</sub> centro del núcleo.

Aclaremos que: Si  $M_n$  = masa del núcleo y  $M$  = masa total terrestre resultará según Birch F. ("Density & Composition of Mantle and Core" Journal Geophysical Research, Vol. 69, N<sup>o</sup> 20, 1964, pag. 4. 380),

$$M_n = 0.325 M = \frac{1}{3.1} M$$

con un radio  $R_n = 3470 K_m$ .

Si  $M_m$  es la masa del manto y corteza en conjunto, entonces

$$M_n = 0.325 M = \frac{1}{1.5} M$$

Llamando  $\sigma = 5.52 \text{ gr cm}^3$  la densidad media de la Tierra,  $\sigma_m$  la densidad media del manto y corteza y  $\sigma_n$  la densidad media de Inúcleo terrestre, mediante cálculos sencillos puede deducirse que:

$$\sigma_m = 0.815 \sigma = 4.5 \frac{\text{gr.}}{\text{cm}^3}$$

$$\sigma_n = 1.95 \quad \sigma = 10.8 \frac{\text{gr.}}{\text{cm}^3}$$

En consecuencia podemos considerar a la masa de la Tierra, como formada por una esfera de radio  $R = 6370 \text{ Km}$  y densidad  $\sigma_m = 4.5$ , dentro de la cual, idealmente se halla un núcleo de radio  $R_n = 3470$  y densidad diferencial

$$\sigma'_n = (10.8 - 4.5) = 6.3 \text{ gr./cm}^3$$

con lo que  $M'_n$ , masa diferencial del núcleo podrá deducirse de:

$$\frac{M'_n}{M} = \frac{\sigma'_n R_n^3}{\sigma R^3} \quad \text{o sea } M'_n = 0.186 M$$

y la masa restante  $M''M$  de la Tierra será

$$M''M = 0.81 M$$

es decir, el volumen de la Tierra a densidad 4.5.

En efecto: como admitimos que  $D$  es pequeño, resulta que las distancias  $BO$  y  $BO_1$ , son prácticamente idénticas, y entonces, si el potencial en  $B$  que produce el núcleo de masa  $M_n$  es

$$U = \frac{k^2 M_n}{R}$$

un desplazamiento del mismo en  $\Delta R = D$  hacia  $C$ , produce una variación

$$\Delta U = \frac{k^2 M_n}{R^2} D \quad (2)$$

Si han de ser  $\Delta V = \Delta U$ , entonces de (1) y (2)

$$12 \frac{k^2 M}{R} \times 10^{-6} = \frac{k^2 M_n}{R^2} \cdot D \quad \text{ó sea que}$$

$$D \cong 400 \text{ mts.}$$

Al estar corrido el núcleo hacia  $C$ , el potencial aumenta y consecuentemente el geoide (superficie equipotencial) va hacia el exterior.

Este corrimiento puede también ponerse en evidencia mediante el uso del

coeficiente armónico  $J_{3,3}$  que da forma de "pera" al ecuador. Para los ángulos  $\Theta = 0^\circ$  y  $\Theta = 180^\circ$  respectivamente, en el plano ecuatorial se tiene:

$$V_0 = \frac{k^2 M}{R} \left[ 1 - J_{3,3} P_3^3 \right]$$

$$V_{180^\circ} = \frac{k^2 M}{R} \left[ 1 + J_{3,3} P_3^3 \right]$$

$$\Delta V = V_{180} - V_0 = \frac{k^2 M}{R} \left[ 2 J_{3,3} P_3^3 \right]$$

Como  $J_{3,3} = -0.7 \times 10^{-6}$  y  $P_3^3 = 15$ , se sigue que

$$\Delta V = 21 \frac{k^2 M}{R} \times 10^{-6} = 21 \text{ gR} \times 10^{-6}$$

Esto indica que el potencial a  $\Theta = 180^\circ$  es mayor que el potencial a  $\Theta = 0^\circ$ . Si, como muestra la Fig. 2, llamamos D el descentraje del núcleo diferencial hacia el punto C, entonces las diferencias de potenciales serán:

$$\Delta U = k^2 M'_n \left( \frac{1}{R-D} - \frac{1}{R+D} \right) \approx \frac{k^2 M'}{R^2} \cdot 2D$$

Recordando que  $M'_n = 0.186 M$  resulta

$$\Delta U = 0,372 \frac{k^2 M}{R^2} \cdot D = 0,372 \text{ g} \cdot D$$

Haciendo  $\Delta V = \Delta U$ , se sigue que

$$0,372 \text{ g} \cdot D = 21 \text{ g} \cdot R \times 10^{-6} \quad \text{ó sino}$$

$$D = 5,64 \cdot R \times 10^{-6} = 360_m$$

en muy buena concordancia con el valor anteriormente hallado, sobre todo si se tiene en cuenta que los coeficientes armónicos no se conocen con total precisión.

Si el modelo es acertado, la elipticidad del ecuador resulta como una consecuencia del descentraje del núcleo terrestre. Visto que la Tierra rota alrededor de un eje de inercia, de la Fig. 3, la distancia  $d$  entre el eje de rotación

y el eje geométrico de la elipse meridiana, (que pasa por  $\odot$ ) se deduce de la simple expresión:

$$d = \frac{M'_n}{M} \cdot D \cong 67 \text{ mts.} \quad (3)$$

Teniendo en cuenta esta separación, la gravedad en el punto A debe ser menor que en el punto C, y fácilmente evaluable. En efecto:

$$\begin{aligned} dg &= 2 \frac{k^2 M'_n}{R^2} \cdot \frac{\Delta R}{R} = 2 \times 0,186 \frac{k^2 M}{R^2} \cdot \frac{\Delta R}{R} \\ &= 0,372 \text{ g} \cdot \frac{\Delta R}{R} \end{aligned}$$

y para  $\Delta R = D \cong 350 \text{ mts.}$

$$dg = 0,372 \text{ g} \cdot \frac{D}{R} \cong 20 \text{ mgls.}$$

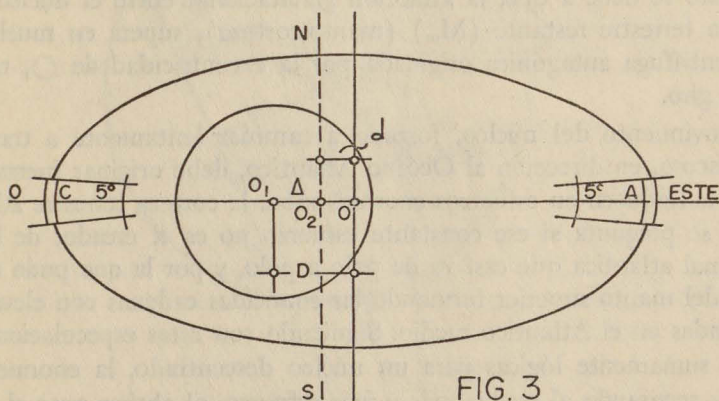


FIG. 3

Es decir que, en A la gravedad sería 20 mgls. menor que el valor medio, y en C 20 mgls. mayor que el valor medio. Aplicando el teorema de Stokes, y admitiendo zonas de  $5^\circ$  alrededor de los puntos A y C con esos valores constantes, Fig. 3, en el punto A el geoide estaría deprimido unos 6 mts. de su posición media, y en C se hallaría hacia afuera también unos 6 mts. de manera que en definitiva, el geoide se hallaría en C a una altura de unos 12 mts. mayor que en A, lo que se confirma prácticamente en la Fig. 1.

Justamente la variación de las anomalías de gravedad con la longitud, dio pauta a Helmert, ya en 1915, para deducir que el ecuador era elíptico, con su eje mayor en la orientación que es prácticamente la hoy conocida con la técnica satelitaria.

## CONSECUENCIAS

Si admitimos que el modelo del núcleo descentrado hacia el Océano Pacífico, se halla muy cerca de ser real, ante las evidencias apuntadas surgen de inmediato algunas consecuencias.

A) La longitud métrica de un cuadrante meridiano en el Atlántico, supera en unos 50 mts. la longitud métrica de un cuadrante de meridiano en el Pacífico, situación a tener en cuenta si se quieren ajustar trabajos geodésicos. Esto como una consecuencia de la posición del eje polar.

B) Si el núcleo se halla descentrado con respecto al eje de rotación polar, existe una tendencia (Fig. 2) para que los centros  $\odot_1$  y  $\odot$  coincidan, es decir una posibilidad de movimiento de  $\odot_1$  hasta alcanzar el lugar de reposo en  $\odot$ . Esto se debe a que, la atracción gravitacional entre el núcleo ( $M_n$ ) y la masa terrestre restante ( $M_m$ ) (manto-corteza), supera en mucho a la fuerza centrífuga antagónica originada por la excentricidad de  $\odot_1$  respecto al eje de giro.

Tal movimiento del núcleo, forzado a caminar lentamente a través del manto viscoso, en dirección al Océano Atlántico, debe originar fuerzas terribles que se traducen en esfuerzos enormes sobre la corteza terrestre atlántica. El autor se pregunta si ese constante esfuerzo no es el creador de la falla longitudinal atlántica que casi va de polo a polo, y por la que pudo escapar material del manto superior formando las conocidas cadenas con elevaciones pronunciadas en el Atlántico medio. Siguiendo con estas especulaciones que aparecen sumamente lógicas para un núcleo descentrado, la enorme grieta se debe ir separando al recibir más y más esfuerzo, al abrirse paso el núcleo en el manto, de manera que los continentes Africano y Americano, deben ir alejándose, lo que la realidad confirma, y ha sido bien documentado en el reciente simposio sobre "Deriva Continental" llevado a cabo en Punta del Este, Uruguay.

Un núcleo descentrado, buscando su posición final de equilibrio, es al menos una respuesta al interrogante planteado por los geofísicos del mundo al "Sea floor spreading" atlántico.



Después de un tiempo  $t$ , las posiciones serán  $L'$ ,  $O'$  y  $O'_1$ . En la figura 4, tenemos que:

$$\mu + (\beta + \gamma) + 180 - \alpha = 180$$

$$\alpha = \mu + \beta + \gamma$$

$$\mu = \alpha - (\beta + \gamma)$$

El máximo valor de  $\gamma$  es:

$$\gamma = \frac{\Delta}{\varrho} = \frac{300}{3,85 + 10^8} = 7,85 \times 10^{-7} \text{ radianes}$$

o sean  $O''$ .16, con lo que para los casos prácticos podemos admitir  $\gamma \cong 0$  y resulta  $\mu = \alpha - \beta$

Llamemos

$$M_1 = \frac{k^2 M_L M'_n}{\varrho_n^2} d_n$$

$$M_2 = \frac{k^2 M_L M'_m}{\varrho_m^2} d_m$$

los momentos que la Luna ejerce alrededor del centro  $O_2$ , al actuar sobre las masas  $M'_n$  y  $M'_m$ . Ambos momentos son de sentido contrario. Se tiene:

$$\varrho_n = \varrho + \Delta \cos (\alpha - \beta) \quad \varrho_n^2 = \varrho^2 \left[ 1 + 2 \frac{\Delta}{\varrho} \cos (\alpha - \beta) \right]$$

$$\varrho_m = \varrho + d \cos (\alpha - \beta) \quad \varrho_m^2 = \varrho^2 \left[ 1 + 2 \frac{d}{\varrho} \cos (\alpha - \beta) \right]$$

Podemos poner:

$$M_1 = \frac{k^2 M_L M'_n d_n}{\varrho^2} \left[ 1 - 2 \frac{\Delta}{\varrho} \cos (\alpha - \beta) \right]$$

$$M_2 = \frac{k^2 M_L M'_m d_m}{\varrho^2} \left[ 1 - 2 \frac{d}{\varrho} \cos (\alpha - \beta) \right]$$

El momento actuante sobre la Tierra será  $M = M_1 - M_2$

$$M = 2 \frac{k^2 M_L}{\varrho^3} [M'_m d_m d - M'_n d_n \Delta] \cos (\alpha - \beta)$$

ya que  $\frac{k^2 M_L M'_n d_n}{\varrho^2} - \frac{k^2 M_L M'_m d_m}{\varrho^2} = 0$  por la (3)

Siendo  $d_n = \Delta \text{ sen } (\alpha - \beta)$  y  $d_m = d \text{ sen } (\alpha - \beta)$ , se sigue que:

$$M = \frac{k^2 M_L}{\varrho^3} \left[ M'_m d^2 - M'_n \Delta^2 \right] \text{ sen } 2 (\alpha - \beta)$$

$$= \frac{g \cdot R^2}{81 \cdot \varrho^2} \left[ \frac{0,814 d^2 - 0,186 \Delta^2}{\varrho} \right] M \cdot \text{sen } 2 (\alpha - \beta)$$

$$M_L = \frac{1}{81} M$$

Para  $M'_m = 0,814 M = \frac{1}{1,23} M$

$$M'_n = 0,186 M$$

$$\varrho = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$$

$$R = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m/sg.}^2$$

$$d = 67 \text{ metros}$$

$$\Delta = 300 \text{ metros}$$

$$M = 11,5 \times 10^{-10} M \cdot \text{sen } 2 (\alpha - \beta)$$

Se trata de hallar ahora el valor medio de la función  $\text{sen } 2 (\alpha - \beta)$  para una vuelta de la Tierra alrededor de su eje de rotación. Entonces llamando  $T$  el tiempo de la rotación terrestre (día),  $T_1$  el de la Luna alrededor de la Tierra, tenemos que:

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} \cdot t \quad \beta = \frac{2\pi}{T_1} \cdot t$$

de manera que el valor medio ( $v_m$ ) de la función resulta

$$v_m = \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen } 2 (\alpha - \beta) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen } 2 \left[ \left( \frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T_1} \right) t \right] dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen} \left( 4\pi \frac{T_1 - T}{T_1 \cdot T} \cdot t \right) dt$$

Haciendo  $X = 4\pi \frac{T_1 - T}{T_1 \cdot T}$  tenemos que:

$$v_m = \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen } xt. dt = \frac{1}{xT} \int_0^T \text{sen } xt d(xt)$$

$$= \frac{1}{4\pi \cdot \frac{T_1 - T}{T_1}} \left[ \cos 4\pi \frac{T_1 - T}{T_1} - 1 \right]$$

Considerando  $T = 1 \text{ día}$   
 $T_1 = 29,5 \text{ días}$

tenemos que  $v_m = 7,8 \times 10^{-3}$  con lo que, inmediatamente

$$M = 11,5 \times 10^{-10} \times 7,8 \times 10^{-3} M = 9 \times 10^{-2} M$$

El hecho de que  $v_m$  sea positivo (en el sentido de la rotación terrestre), y en consecuencia también  $M$ , indica que el momento sobre la Tierra originado por la Luna y debido a la excentricidad del núcleo, es tal que trata de *acelerar* la rotación.

Siendo  $C$  el momento de inercia de la Tierra alrededor del eje de giro, igual a  $\frac{1}{3} MR^2$  (Jeffreys - The Earth - 1951), y  $\frac{dw}{dt}$  la aceleración angular, debe cumplirse.

$$\frac{dw}{dt} \cdot C = \frac{1}{3} MR^2 \frac{dw}{dt} = M \quad \text{o si no}$$

$$\frac{1}{3} MR^2 \frac{dw}{dt} = 9 \times 10^{-12} M \quad \text{con lo que}$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{27 \times 10^{-12}}{4,1 \times 10^{13}} = 6,7 \times 10^{-25} \frac{1}{\text{seg.}^2}$$

Se debe aclarar que esta aceleración, es solo posible porque la distancia  $a_n$  es variable, y además la Luna avanza en su órbita en la misma dirección con que la Tierra gira, de manera que el tiempo de aceleración, para una

vuelta de la Tierra, es mayor que  $\frac{1}{2}$  vuelta, como es fácilmente comprobable. En efecto, siendo:

$$dn = \Delta \sin(\alpha - \beta) = \Delta \sin 2\pi \frac{T_1 - T}{T_1 \cdot T} \cdot t, \text{ se sigue que } d_n = 0$$

solamente si  $t = 0$  (origen en figura 4), o si  $2\pi \frac{T_1 - T}{T_1 \cdot T} \cdot t = \pi$  o sea para

$t = \frac{T_1 \cdot T}{2(T_1 - T)}$ , momento en que  $L'$  y  $O'_1$  vuelven a estar alineadas con

$O_2$ . Operando resulta  $t = 0,518 T > \frac{1}{2}$  día.

El valor hallado de la aceleración positiva de la rotación terrestre podrá aparecer como muy pequeño, pero es del mismo orden que la aceleración que produce la marea atmosférica (Munk — The Rotation of the Earth).

Se sigue como consecuencia que, siendo el *retardo* de la rotación terrestre tal que, por roce oceánico principalmente produce una desaceleración del orden de

$$\frac{dw}{dt} = 4 \times 10^{-22} \frac{1}{\text{seg.}^2}$$

el verdadero retardo por roce debe ser algo mayor, para compensar la aceleración positiva que hemos hallado.

### BIBLIOGRAFÍA

- KAULA, W. M. 1961. Improved Geodetic Results from Camera Observations of Satellites. *Jour. Geophys. Res.* 68(6):5185.
- KING-HELE, D. 1967. The Shape of the Earth-Satellite observations indicate bumps and depressions in the terrestrial sphere. *Scientific American* (octubre).
- JEFFREYS, H. 1931. *The Earth*. London, 1 vol.