

MOVIMIENTO DEL CAMPO MAGNETICO TERRESTRE  
DADO POR LOS TERMINOS DE SEGUNDO ORDEN DE  
LA ECUACION DEL POTENCIAL

Anselmo Chargoy

RESUMEN

*Observing the coefficients  $g_i^i, h_i^i$  in the potential equation of the geomagnetic field, one expects that any physical model built according to that equation must have the changes that are shown in table I.*

*In this paper three such models are discussed as well as their motions through 110 years from 1835 to 1945.*

*The author believes that this discussion may be of interest to some physicists who make researches in the field of geomagnetism.*

INTRODUCCION

1.- En el presente trabajo se usa la ecuación del potencial dada por Gauss<sup>1</sup>. El sistema de coordenadas es el terrestre, en tal forma, que el plano xoy es el plano del ecuador geográfico; el plano xoz es el plano que contiene el meridiano de Greenwich. Se supone que la superficie de la Tierra es esférica.

ca, para todos los puntos es distancia al origen  $r = a$ . Como es usual las coordenadas esféricas de puntos  $P$  sobre esa superficie son  $P(\lambda, \theta)$ . Las funciones de Legendre  $P_i^j(\theta)$  se expresaron simplemente por  $P_i^j$ . Se trabaja solamente el campo de origen interno y aproximado hasta términos de orden dos con respecto a  $P_i^j$ , es decir hasta  $P_2^2$ . De esta manera puede escribirse la ecuación del potencial magnético terrestre como:

$$V = a \{ g_1^0 P_1^0 + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \operatorname{sen} \lambda) P_1^1 + g_2^0 P_2^0 + (g_2^1 \cos \lambda + h_2^1 \operatorname{sen} \lambda) P_2^1 + (g_2^2 \cos 2\lambda + h_2^2 \operatorname{sen} 2\lambda) P_2^2 \} \quad (1)$$

los coeficientes  $g_i^j$ ,  $h_i^j$ , se tomaron<sup>2</sup> de la tabla I.

TABLA I

Autor	Epoca	$g_1^0$	$g_1^1$	$h_1^1$	$g_2^0$	$g_2^1$	$h_2^1$	$g_2^2$	$h_2^2$
Gauss	1835	-3235	-311	625	51	292	12	-2	157
Adams	1845	-3219	-278	578	9	284	-10	4	135
Adams	1880	-3168	-243	603	-49	297	-75	61	149
Fritsche	1885	-3164	-241	591	-35	286	-75	68	142
Dyson Fournier	1922	-3095	-226	592	-89	299	-124	144	84
Afanasieva	1945	-3032	-229	590	-125	288	-146	150	48

unidad =  $10^{-4}$  oersted.

Si se establece un sistema de modelos magnéticos que desarrolle el potencial dado en la ecuación (1), los valores absolutos de sus momentos, las direcciones en sus ejes, sus puntos de residencia, son funciones de los coeficientes  $g_i^j$ ,  $h_i^j$  y como se ve en la Tabla I, cambiarán con cierta regularidad en el tiempo. En el presente trabajo se trata con tres ejemplos de esos modelos.

a) Un dipolo y un cuadripolo centrales, es decir, con residencia en el centro 0 del sistema de coordenadas, sistema trabajado por Umow<sup>3</sup>. El dipolo tiene la dirección de su eje en función de  $g_1^0$ ,  $g_1^1$ ,  $h_1^1$ . En el cuadripolo los ejes tienen dirección determinada por  $g_2^0$ ,  $g_2^1$ ,  $h_2^1$ ,  $g_2^2$ ,  $h_2^2$ .

b) Dos dipolos excéntricos, trabajo de H.G.Macht<sup>4</sup>, en los cuales los ejes están: el primero en dirección Norte-Sur, el segundo de dirección definida por  $g_1^i$ ,  $h_1^i$ . Los lugares de residencia de ambos, funciones de  $g_2^i$ ,  $h_2^i$ .

c) Un dipolo excéntrico ideado por A.Schmidt<sup>5</sup> con residencia en un punto C, función de  $g_2^i$ ,  $h_2^i$ . Con un cuadrípulo<sup>6</sup> cuyos ejes tienen direcciones función de  $g_1^i$ ,  $h_1^i$ ,  $g_2^i$ ,  $h_2^i$ .

En todos los casos, para los momentos de dipolo  $M_1$ , y de cuadrípulo  $M_2$  se usan las definiciones de momento reducido  $M_1 = m_1 a^3$ ,  $M_2 = m_2 a^4$ . En todo el trabajo cuando no se advierte expresamente, se considera el radio de la Tierra como igual a 1. En las tablas la intensidad siempre se midió con 1 unidad =  $10^{-4}$  oersteds. La noción de cuadrípulo que se usa en este trabajo, es la de considerar<sup>10</sup> un sistema de dos dipolos paralelos, de igual valor absoluto de momento pero de sentido contrario entre sí; con distancia  $l_1 \rightarrow 0$  entre ellos; de esta manera, si  $OH_1$  es la dirección del momento de uno de ellos,  $OH_2$  es la dirección de  $\bar{T}_1$  contada a partir del dipolo que fija la dirección  $OH_1$ .  $OH_1$ ,  $OH_2$  son los ejes del cuadrípulo. Si el valor absoluto del momento de uno de los dipolos es  $m_1 = ql_0$ , el valor absoluto del momento del cuadrípulo está dado por:

$$m_2 = 2 m_1 l_1 = 2 ql_0 l_1$$

## MODELOS.

2.- Caso a): Se omitió el dato de 1880; sean  $OH_1(\lambda_1, \theta_1)$ , -----  $CH_2(\lambda_2, \theta_2)$  con  $OH_0(\lambda_0, \theta_0)$  con dirección normal al plano  $H_2OH_1$ . Sean también  $x_1, y_1, z_1$ ;  $x_2, y_2, z_2$ ; los cosenos directores de  $CH_1$ , y  $OH_2$ . Con el uso del sistema<sup>6</sup> de ecuaciones:

$$m_2(z_1z_2 - y_1y_2) = g_2^0 + \frac{g_2^2}{\sqrt{3}}$$

$$m_2(x_1z_2 + x_2z_1) = \frac{2g_2^1}{\sqrt{3}}$$

$$m_2(y_1z_2 + y_2z_1) = \frac{2h_2^1}{\sqrt{3}},$$

$$m_2(x_1x_2 - y_1y_2) = \frac{2g_2^2}{\sqrt{3}},$$

$$m_2(x_1y_2 + x_2y_1) = \frac{2h_2^2}{\sqrt{3}},$$

$$x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 = 1,$$

$$x_i = \text{sen } \theta_i \cos \lambda_i,$$

$$y_i = \text{sen } \theta_i \text{ sen } \lambda_i,$$

$$z_i = \cos \theta_i, \quad i = 1, 2$$

se obtuvo la siguiente

TABLA II

año	$\lambda_0$	$\theta_0$	$\lambda_1$	$\theta_1$	$\lambda_2$	$\theta_2$
1835	-95°42'	62°04'	178°19'	97°32''	-87°41'	151°50'
1845	-92°48'	64°38'	177°35'	90°50'	-89°17'	154°53'
1885	-99°00'	62°04'	168°10'	84°39'	-103°45'	151°58'
1922	-105°12'	65°39'	161°14'	82°11'	-130°59'	153°19'
1945	-107°06'	68°42'	158°14'	78°13'	-140°30'	154°59'

Los ángulos  $V$  formados por los ejes  $OH_1$  y  $OH_2$  entre sí, y los valores de  $m_2$  en esas épocas son:

TABLA III

año	$V$	$m_2$
1835	85°14'	386.85
1845	90°36'	363.46
1885	93°48'	388.61

(continúa)

Tabla III (continuación)

1922	87°20'	432.64
1945	89°12'	439.21

3.- Como se ve en la tabla III, parece que el eje  $OH_2$  tuviera un movimiento de rotación, muy aproximadamente alrededor del eje Norte-Sur geográfico y en dirección Oeste, con un desplazamiento de  $53^\circ$  en los ciento diez años. En ese tiempo el eje  $OH_1$  ha tenido un movimiento de rotación alrededor de  $OH_2$  con un giro de  $38^\circ$  en dirección Este. En la figura 1 se han marcado las trayectorias de las intersecciones de los ejes con la superficie de la tierra. Desde luego pudie ron tomarse por direcciones las que corresponden a los lados del ángulo opuesto al ángulo  $V$ . Existe la probabilidad de que el ángulo  $V$  sea de  $90^\circ$ , como se ve en la tabla III y que por errores en observación o de otra índole el valor  $V$  difiere de  $90^\circ$ . El momento  $m_2$  es creciente en oposición al valor absoluto del momento  $m_1$  que como es bien sabido esta decreciendo.

4.- Caso b): Aquí solo se consideran los datos inicial, 1835 y final, 1945 de la tabla I. Los resultados son: un dipolo de valor absoluto de momento  $(c_1^1)^2 = (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2$  con residencia en un punto  $Q$ , con distancia  $r_q$  al centro  $O$ , que tiene:

año	$c_1^1$	$\lambda_q$	$r_q$
1835	698	-26°27'	836 Km.
1945	633	-93°28'	916 "

$\lambda_0$  es el ángulo que forma  $OQ$  con  $OX$ . Se ve un movimiento de rotación de  $OQ$ , de  $67^\circ$  en dirección Oeste, y un alejamiento de  $Q$  de 80 Km. de  $O$ .

Otro dipolo de momento con valor absoluto:  $g_1^0$ , con residencia en un punto  $P(r_p, \lambda_p, \theta_p)$ . Como en el caso anterior se tiene:

año	$g_1^0$	$\lambda_p$	$\theta_p$	$r_p$
1835	3235	182°	86°	333 Km.
1945	3032	153°	76°	405 "

con una rotación de  $31^\circ$  en la dirección WNW y un alejamiento de 72 Km. de  $O$ .

5.- El incremento de potencial desarrollado por  $\bar{C}_1^1$  al desplazarse de O hacia Q(x<sub>q</sub>, y<sub>q</sub>), puede expresarse por:

$$V = \{ -g_1^1 x_q - h_1^1 y_q \} P_2^0 + \{ (g_1^1 x_q - h_1^1 y_q) \cos 2\lambda + (h_1^1 x_q + g_1^1 y_q) \sin 2\lambda \} \sqrt{3} P_2^1$$

Que es el potencial de un cuadrípulo con residencia en O, y cuyos ejes están dados en las direcciones  $\bar{C}_1^1$  y  $\overline{OQ} = \bar{r}_q$ . Con valor absoluto de momento  $m_{2,q} = 2 C_1^1 r_q$ , que tuvo los valores 183, 182 en 1835, 1945, como  $C_1^1$  viene decreciendo, el resultado es un crecimiento de  $r_q$ .

En forma semejante, el incremento de potencial desarrollado por  $\bar{g}_1^0$  al desplazarse de O hacia P(x<sub>p</sub>, y<sub>p</sub>, z<sub>p</sub>) es:

$$V_p = 2 g_1^0 z_p P_2^0 + \{ x_p \cos \lambda + y_p \sin \lambda \} g_1^0 \sqrt{3} P_2^1$$

que corresponde al potencial de un cuadrípulo con residencia en O y con ejes en direcciones  $\bar{g}_1^0$  y  $\overline{OP} = \bar{r}_p$ , el momento  $m_{2,p} = 2 g_1^0 r_p$  ha venido creciendo, de 338 a 385 unidades en los ciento diez años de la observación, como  $g_1^0$  ha decrecido como se ve en la tabla I, entonces  $r_p$  ha experimentado un crecimiento.

En este sistema de modelos, pudiera considerarse, que el movimiento de rotación dado con diferentes valores para las direcciones OP y OQ encuentran correspondencia con las rotaciones, también con diferentes velocidades en los ejes OH<sub>1</sub>, OH<sub>2</sub> del sistema a).

6.- Caso c). Se establece el dipolo definido por los términos con coeficientes  $g_1^0, g_1^1, h_1^1$  en la ecuación (1), se considera un traslado de ese dipolo paralelo a sí mismo, a un punto C(x,y,z). Se tendrá un incremento de potencial, considerando que  $l = CC \ll a$ , se puede tomar el primer término del desarrollo de Taylor, que tendrá forma de cuadrípulo con coeficientes  $a_2^0, a_2^1, b_2^1, b_2^2, a_2^2$ . Se toman valores para las coordenadas x,y,z de C, tales que el

Tabla III (continuación)

1922	87°20'	432.64
1945	89°12'	439.21

3.- Como se ve en la tabla III, parece que el eje  $OH_2$  tuviera un movimiento de rotación, muy aproximadamente alrededor del eje Norte-Sur geográfico y en dirección Oeste, con un desplazamiento de  $53^\circ$  en los ciento diez años. En ese tiempo el eje  $OH_1$  ha tenido un movimiento de rotación alrededor de  $OH_2$  con un giro de  $38^\circ$  en dirección Este. En la figura 1 se han marcado las trayectorias de las intersecciones de los ejes con la superficie de la tierra. Desde luego pudieron tomarse por direcciones las que corresponden a los lados del ángulo opuesto al ángulo  $V$ . Existe la probabilidad de que el ángulo  $V$  sea de  $90^\circ$ , como se ve en la tabla III y que por errores en observación o de otra índole el valor  $V$  difiere de  $90^\circ$ . El momento  $m_2$  es creciente en oposición al valor absoluto del momento  $m_1$  que como es bien sabido esta decreciendo.

4.- Caso b): Aquí solo se consideran los datos inicial, 1835 y final, 1945 de la tabla I. Los resultados son: un dipolo de valor absoluto de momento  $(c_1^1)^2 = (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2$  con residencia en un punto  $Q$ , con distancia  $r_q$  al centro  $O$ , que tiene:

año	$c_1^1$	$\lambda_q$	$r_q$
1835	698	-26°27'	836 Km.
1945	633	-93°28'	916 "

$\lambda_0$  es el ángulo que forma  $OQ$  con  $OX$ . Se ve un movimiento de rotación de  $OQ$ , de  $67^\circ$  en dirección Oeste, y un alejamiento de  $Q$  de 80 Km. de  $O$ .

Otro dipolo de momento con valor absoluto:  $g_1^0$ , con residencia en un punto  $P(r_p, \lambda_p, \theta_p)$ . Como en el caso anterior se tiene:

año	$g_1^0$	$\lambda_p$	$\theta_p$	$r_p$
1835	3235	182°	86°	333 Km.
1945	3032	153°	76°	405 "

con una rotación de  $31^\circ$  en la dirección WNW y un alejamiento de 72 Km. de  $O$ .

Tabla III (continuación)

1922	87°20'	432.64
1945	89°12'	439.21

3.- Como se ve en la tabla III, parece que el eje  $OH_2$  tuviera un movimiento de rotación, muy aproximadamente alrededor del eje Norte-Sur geográfico y en dirección Oeste, con un desplazamiento de  $53^\circ$  en los ciento diez años. En ese tiempo el eje  $OH_1$  ha tenido un movimiento de rotación alrededor de  $OH_2$  con un giro de  $38^\circ$  en dirección Este. En la figura 1 se han marcado las trayectorias de las intersecciones de los ejes con la superficie de la tierra. Desde luego pudie ron tomarse por direcciones las que corresponden a los lados del ángulo opuesto al ángulo  $V$ . Existe la probabilidad de que el ángulo  $V$  sea de  $90^\circ$ , como se ve en la tabla III y que por errores en observación o de otra índole el valor  $V$  difiere de  $90^\circ$ . El momento  $m_2$  es creciente en oposición al valor absoluto del momento  $m_1$  que como es bien sabido esta decreciendo.

4.- Caso b): Aquí solo se consideran los datos inicial, 1835 y final, 1945 de la tabla I. Los resultados son: un dipolo de valor absoluto de momento  $(c_1^1)^2 = (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2$  con residencia en un punto  $Q$ , con distancia  $r_q$  al centro  $O$ , que tiene:

año	$c_1^1$	$\lambda_q$	$r_q$
1835	698	-26°27'	836 Km.
1945	633	-93°28'	916 "

$\lambda_o$  es el ángulo que forma  $OQ$  con  $OX$ . Se ve un movimiento de rotación de  $OQ$ , de  $67^\circ$  en dirección Oeste, y un alejamiento de  $Q$  de 80 Km. de  $O$ .

Otro dipolo de momento con valor absoluto:  $g_1^0$ , con residencia en un punto  $P(r_p, \lambda_p, \theta_p)$ . Como en el caso anterior se tiene:

año	$g_1^0$	$\lambda_p$	$\theta_p$	$r_p$
1835	3235	182°	86°	333 Km.
1945	3032	153°	76°	405 "

con una rotación de  $31^\circ$  en la dirección WNW y un alejamiento de 72 Km. de  $O$ .

5.- El incremento de potencial desarrollado por  $\bar{C}_1^1$  al desplazarse de  $O$  hacia  $Q(x_q, y_q)$ , puede expresarse por:

$$V = \{-g_1^1 x_q - h_1^1 y_q\} P_2^0 + \{(g_1^1 x_q - h_1^1 y_q) \cos 2\lambda + (h_1^1 x_q + g_1^1 y_q) \operatorname{sen} 2\lambda\} \sqrt{3} P_2^2$$

Que es el potencial de un cuadrípulo con residencia en  $O$ , y cuyos ejes están dados en las direcciones  $\bar{C}_1^1$  y  $\overline{OQ} = \bar{r}_q$ . Con valor absoluto de momento  $m_{2,q} = 2 C_1^1 r_q$ , que tuvo los valores 183, 182 en 1835, 1945, como  $C_1^1$  viene decreciendo, el resultado es un crecimiento de  $r_q$ .

En forma semejante, el incremento de potencial desarrollado por  $\bar{g}_1^0$  al desplazarse de  $O$  hacia  $P(x_p, y_p, z_p)$  es:

$$V_p = 2 g_1^0 z_p P_2^0 + \{x_p \cos \lambda + y_p \operatorname{sen} \lambda\} g_1^0 \sqrt{3} P_2^1$$

que corresponde al potencial de un cuadrípulo con residencia en  $O$  y con ejes en direcciones  $\bar{g}_1^0$  y  $\overline{OP} = \bar{r}_p$ , el momento  $m_{2,p} = 2 g_1^0 r_p$  ha venido creciendo, de 338 a 385 unidades en los ciento diez años de la observación, como  $g_1^0$  ha decrecido como se ve en la tabla I, entonces  $r_p$  ha experimentado un crecimiento.

En este sistema de modelos, pudiera considerarse, que el movimiento de rotación daa con diferentes valores para las direcciones  $OP$  y  $OQ$  encuentran correspondencia con las rotaciones, también con diferentes velocidades en los ejes  $OH_1, OH_2$  del sistema a).

6.- Caso c). Se establece el dipolo definido por los términos con coeficientes  $g_1^0, g_1^1, h_1^1$  en la ecuación (1), se considera un traslado de ese dipolo paralelo a si mismo, a un punto  $C(x,y,z)$ . Se tendrá un incremento de potencial, considerando que  $l = CC \ll a$ , se puede tomar el primer término del desarrollo de Taylor, que tendrá forma de cuadrípulo con coeficientes  $a_2^0, a_2^1, b_2^1, b_2^2, a_2^2$ . Se toman valores para las coordenadas  $x,y,z$  de  $C$ , tales que el

cuadrípulo definido por los coeficientes  $g_2^0 - a_2^0$ ,  $g_2^1 - a_2^1$ ,  $h_2^1 - b_2^1$ ,  $g_2^2 - a_2^2$ ,  $h_2^2 - b_2^2$ , sea de momento medio mínimo<sup>8</sup>.

Esto determina los valores  $x, y, z$  con las ecuaciones dadas por A. Schmidt<sup>7</sup>, para las épocas  $\sigma$  que se refiere este trabajo se tiene en Km:

TABLA IV

año	x	y	z	r
1835	-279	-40	-65	289
1845	-284	-6	-25	285
1880	-307	63	25	314
1885	-297	60	12	305
1922	-340	115	61	364
1945	-345	150	96	388

r distancia al centro 0

Si se hace una transformación de coordenadas vg.:

$$\bar{x} = 0.428 x + 0.904 z$$

$$\bar{y} = -0.507 x + 0.827 y + 0.241 z$$

$$\bar{z} = -0.748 x - 0.561 y + 0.355 z$$

en el nuevo sistema se tiene para el punto C.

TABLA V

año	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
1835	-178	92	208
1845	-144	133	207
1880	-109	214	203
1885	-121	204	193
1922	-91	282	210
1945	-61	322	207

Se ve que los seis puntos se encuentran muy próximos a un plano:

$$-3.625 x - 2.722 y + 1.719 z = 1$$

Para las posiciones de los puntos extremos, 1835, 1945, se tiene en coordenadas geográficas:

$$1835 : 13^{\circ}3' \text{ lat S } \quad 175^{\circ}45' \text{ long W}$$

$$1945 : 14^{\circ}23' \text{ lat N } \quad 156^{\circ}24' \text{ long E}$$

La componente de  $\overline{OC}$  en el plano del ecuador tuvo un movimiento de rotación de  $31^{\circ}51'$  en la dirección Oeste y C se alejó 99 Km. del centro O.

7.- Se pueden hacer consideraciones semejantes a las del párrafo 6; el incremento de potencial al desplazarse el dipolo central hacia el punto C estará dado por:

$$\Delta V_1 = a_2^0 P_2^0 + (a_2^1 \cos \lambda + b_2^1 \text{ sen } \lambda) P_2^1 + (a_2^2 \cos 2\lambda + b_2^2 \text{ sen } 2\lambda) P_2^2 \quad (2)$$

que corresponde a un cuadrípulo con residencia en O, con ejes que coinciden con la dirección  $m_1$  del dipolo central y  $\overline{OC}$  la dirección del desplazamiento. Los valores absolutos del momento  $m_2$  de este cuadrípulo son: 300, 283, 319, 309, 361, 377 para los seis casos considerados. Como de  $(m_1)^2 = (g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2$ , se tuvo  $m_1 = 3309, 3282, 3231, 3227, 3159, 3097$ , la distancia  $l = OC$  dada o por la ecuación  $m_2 = 2l m_1$  ha venido creciendo de 289 a 388 Km.

8.- Si el dipolo central de potencial:

$$V_1 = g_1^0 P_1^0 + (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \text{ sen } \lambda) P_1^1$$

se traslada paralelamente hacia C, teniendo en cuenta lo dicho en el párrafo 7, y

por la ecuación (2), la ecuación (1) puede escribirse:

$$V = V_1 + \Delta V_1 + V_2^1,$$

en que<sup>a</sup>:

$$V_2^1 = (g_2^0 - a_2^0) P_2^0 + \{ (g_2^1 - a_2^1) \cos \lambda + (h_2^1 - b_2^1) \operatorname{sen} \lambda \} \times \\ \times P_2^1 + \{ (g_2^2 - a_2^2) \cos 2\lambda + (h_2^2 - b_2^2) \operatorname{sen} 2\lambda \} P_2^2,$$

que corresponde al potencial de un cuadrípulo central tal, que sus ejes  $OH_1, OH_2$  son perpendiculares entre sí y están en un plano normal a la dirección  $\bar{m}_1$  del dipolo, así, si se traslada al cuadrípulo paralelamente hasta el punto  $C$ , se tiene un sistema ortogonal formado con los tres ejes. Puede suponerse que el incremento de potencial para un traslado así del cuadrípulo resulta muy pequeño y puede despreciarse.

Si se representan por  $x_1, y_1, z_1; z_2, y_2, z_2$ , respectivamente los cosenos directores de  $OH_1, OH_2$  y por  $m_2^1$  el valor absoluto del momento del cuadrípulo de  $V_2^1$ , se tiene:

TABLA VI

año	$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$	$m_2^1$
1835	-0.9931	-0.0874	0.0786	0.0706	-0.9781	-0.1958	240
1845	-0.9955	-0.0581	0.0756	0.0437	-0.9827	-0.1802	212
1880	-0.9888	0.1135	0.0974	-0.1294	-0.9759	-0.1758	247
1885	-0.9856	0.1363	0.1005	-0.1519	-0.9736	-0.1703	238
1922	-0.9216	0.3632	0.1368	-0.3816	-0.9126	-0.1467	240
1945	-0.8899	0.4285	0.1563	-0.4478	-0.8834	-0.1385	219

Se ve que los ejes  $OH_1, OH_2$ , han tenido un movimiento de rotación con cierta regularidad, en tal forma, que  $OH_1(\lambda_1, \theta_1)$  tuvo las posiciones:

año	$\lambda_1$	$\theta_1$
1835	$185^\circ 00'$	$85^\circ 30'$
1945	$154^\circ 18'$	$81^\circ 00'$

Es de hacer notar que la rotación de  $31^\circ$  en la dirección Oeste es muy aproximada a la de OC.

### GENERALIDADES

9.- El hecho, que los movimientos de rotación del cuadripolo de potencial  $V_2^1$  descrito en párrafo 8, y del centro magnético C, descrito en párrafo 7, tengan su componente en el plano del ecuador casi coincidiendo, sugiere que el cuadripolo de potencial  $V_2^1$  y el de potencial  $\Delta V_1$  tratado en párrafo 7, sean tratados como un solo elemento, vg.: como el cuadripolo central visto en párrafo 2. También mientras no se fijan las fuentes que producen las acciones de dipolo y cuadripolo, puede ocurrir que la función  $r = \frac{m_2}{2m_1}$  que da la distancia OC del centro magnético terrestre, expuesto en párrafo 7, no corresponda a un hecho real. Lo mismo puede decirse de las distancias  $r_q, r_p$ , del párrafo 6.

La velocidad aproximada de 0.5 mm/seg. señalada por Elssasser<sup>9</sup> para puntos cercanos al ecuador del núcleo terrestre en su probable movimiento en dirección Oeste, puede hacerse corresponder:

En el modelo a) al eje  $OH_1$  en su rotación.

En el modelo b) al movimiento del punto P, lugar de residencia del momento  $\bar{g}_1^0$ .

En el modelo c) al movimiento de todo el sistema, también en su rotación.

11.- En el modelo a) puede definirse el eje Norte-Sur en la dirección del dipolo central y un plano normal a este eje, que pase por O, como plano del ecuador geomagnético; en tal forma, que si la dirección Norte-Sur del dipolo se toma como eje OZ de un sistema de coordenadas ortogonales la ecuación (1) puede escribirse:

$$V = \bar{g}_1^0 P_1^0 + \bar{g}_2^0 P_2^0 + (\bar{g}_2^1 \cos \lambda + \bar{h}_2^1 \operatorname{sen} \lambda) P_2^1 + (\bar{g}_2^2 \cos 2\lambda + \bar{h}_2^2 \operatorname{sen} 2\lambda) P_2^2$$

$\bar{g}_i^i, \bar{h}_i^i$  en el nuevo sistema.

También puede aprovecharse la observación de la tabla III, y aceptando que el ángulo  $V$  es muy probablemente recto (el promedio de valor es  $89^\circ 15'$ ) se puede tomar  $OH_2$  como eje  $OZ$ ,  $OH_1$  como eje  $OX$  y  $OH_0$  como eje  $OY$ , en este sistema la ecuación (1) puede escribirse:

$$V = \bar{g}_1^0 P_1^0 + (\bar{g}_1^1 \cos \lambda + \bar{h}_1^1 \text{sen } \lambda) P_1^1 + \bar{g}_2^1 \cos \lambda P_2^1 .$$

En el modelo c) tomando todo el sistema ortogonal de los tres ejes del dipolo y cuadrupolo como ejes de un sistema coordenado, puede escribirse la ecuación (1) como:

$$V = \frac{\bar{g}_1^0 a^3}{r^2} P_1^0 + \frac{\bar{h}_2^2 a^4}{r^3} \text{sen } 2\lambda P_2^2 ,$$

con  $r, \lambda, \theta$ , en el nuevo sistema.

El modelo b) como está presentado por Macht no ofrece gran simplificación en un nuevo sistema de coordenadas. Con una ligera variación; vg.: Si en el punto  $Q(x_q, y_q, z_q)$  en vez de hacer  $z_q = 0$ , se hace  $z_q = z_p$ , cambia ligeramente de posición cada uno de los dipolos, pero el modelo con este cambio tiene la ventaja de que los dos dipolos residen en un mismo plano paralelo al ecuador geográfico, en este caso tomando la dirección  $\bar{g}_1^0$  como eje  $OZ$ , con  $O$  residente en  $P$  el eje  $OX$  paralelo a la dirección  $\bar{C}_1^1$ ; entonces, en este sistema de coordenadas puede escribirse la ecuación (1):

$$V = \frac{a^3}{r^2} (\bar{g}_1^0 P_1^0 + \bar{C}_1^1 \cos \lambda P_1^1) + \frac{a^4}{r^3} \{ \bar{g}_2^0 P_2^0 + (\bar{g}_2^2 \cos 2\lambda + \bar{h}_2^2 \text{sen } 2\lambda) P_2^2 \} .$$

El contenido del párrafo 8 se expuso en el Congreso Científico del IV Centenario de la Universidad en Septiembre, 1951.

Para la ejecución de este trabajo se recibió ayuda del Instituto Nacional de la Investigación Científica. Este trabajo se presentó en la primera reunión de la Sociedad Mexicana de Física, en Abril de 1952.

#### REFERENCIAS

1. S.Chapman and J.Bartels, *Geomagnetism*, II, 639, Claredon Press. Oxford, (1940).
2. V.I.Afanasieva, *Terr.Mag.*, 51, 26, Table 6 (1946).
3. N.Umow, *Terr.Mag.*, 9, 105 (1904).
4. H.G.Macht, *Trans.Amer.Geophys. Union*, V. 32, 555 (1952).
5. J.Bartels, *Terr.Mag.* 41, 248 (1936).
6. A.Chargoy, *Journal of Geophys.Res.*, 55, 47 (1950).
7. Obra citada en 1. pag. 651.
8. Obra citada en 5. pag. 246.
9. W.M.Elsasser, *Trans.Amer.Geophys. Union*, V. 31, 454 (1950).
10. Stratton, *Electromagnetic Theory*, 179, McGraw-Hill, (1945).

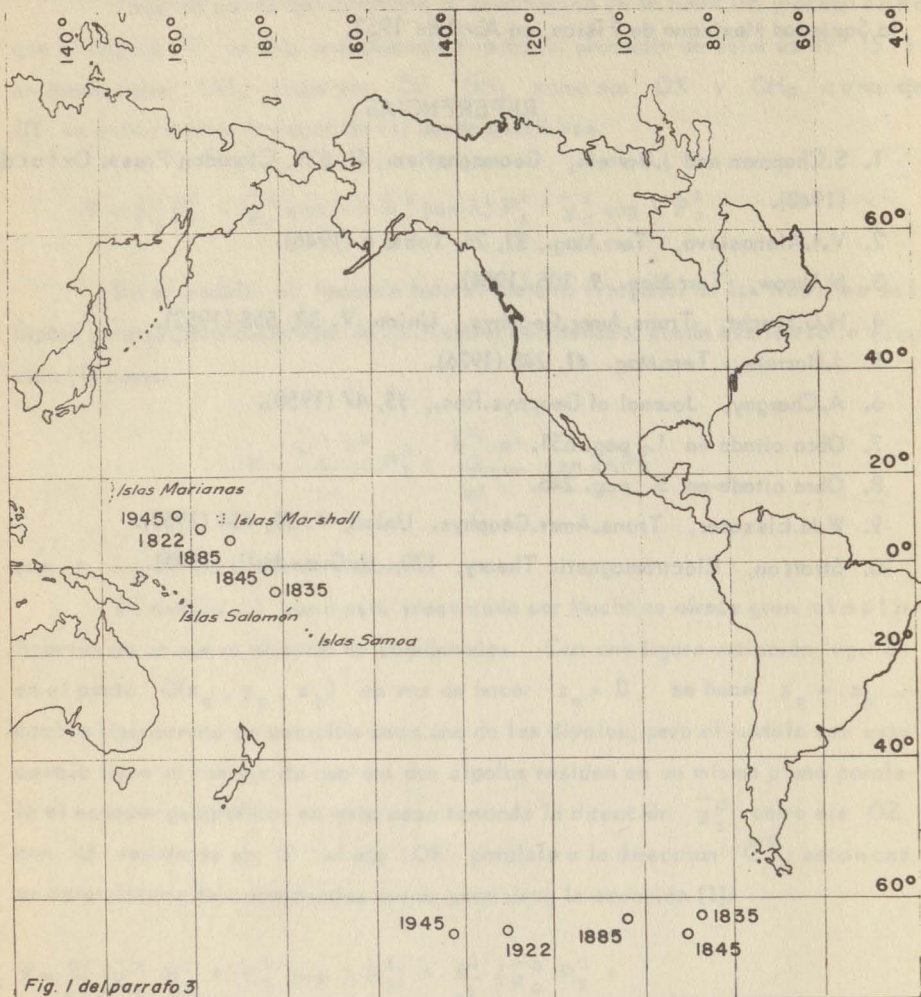


Fig. 1 del párrafo 3

Posiciones del centro magnético  
C, definido por Schmidt, en el  
plano mas aproximado según  
párrafo 6.

La distancia en las posiciones  
1835-1945 es de 258 Km. Datos  
de la Tabla V.

● 1836

● 1845

● 1885

● 1880

● 1922

● 1945