

# Esquema de los Métodos Estadísticos

POR EL ING. EMILIO ALANIS PATIÑO

## II. Comparaciones y valores medios

**L**A estadística se ocupa de los fenómenos colectivos o de masa, cuyo estudio requiere la observación de numerosos casos individuales. A este grupo de fenómenos pertenece la población, cuyas características pueden analizarse mediante el dato de cada habitante, que puede ser la estatura, el peso, la edad, el grado de instrucción, la ocupación, el sueldo, el patrimonio, etc., etcétera. La misma población puede estudiarse estadísticamente, tomando la familia como unidad de observación, en la que se pueden distinguir el número de miembros, la edad del jefe, los ingresos familiares, etc. Obsérvese cómo la población de un país es objeto de la Estadística, a la vez que de la Antropología, la Sociología, la Historia y otras ciencias sociales.

Los escurrimientos de un río pueden tratarse estadísticamente porque su determinación requiere numerosas observaciones, sólo que en este caso no existen unidades bien diferenciadas como las personas en la población. Estamos frente a la clásica división de cantidades discretas susceptibles de enumerarse, y cantidades continuas, que pueden medirse. Estadísticamente se enumeran los vasos de almacenamiento, las dragas, los predios agrícolas, las cabezas de ganado, etc., etc., y se miden los volúmenes de agua almacenada, las cantidades de tierra excavada con draga, las superficies de los predios agrícolas, el valor de los ganados, etc., etc. Todos estos datos pueden referirse a fechas o períodos de tiempo sucesivos, y para uno o varios lugares o divisiones geográficas, pero también pueden clasificarse de acuerdo con determinadas condiciones, calidades o especies de vasos, dragas, predios o ganados.

Si tuviéramos datos de todos los lugares del país, en que se almacena agua natural o artificialmente para cualquier uso, podríamos clasificarlos según alguna modalidad cualitativa (naturales o artificiales; para riego, para generación de electricidad, etc.), o de acuerdo con cierta modalidad cuantitativa (capacidad máxima, agua almacenada en determinada fecha, im-

porte de las obras construidas, etc.). De manera semejante, todas las cortinas que están en servicio pueden clasificarse por sus condiciones cualitativas (tipo, material, ubicación, etc.), o por sus características cuantitativas (volumen del material, altura, antigüedad, etc.). El tiempo es cuantitativo si se refiere a edades o períodos transcurridos, pero es cualitativo si sólo denota un día, una semana, un mes, un año, etc.

En Estadística se trabaja con datos agrupados cualitativamente, tanto como con datos clasificados cuantitativamente, pero estos últimos se manejan con mayor comodidad, de modo que cuando es posible, los informes cualitativos se substituyen por otros cuantitativos. Las cosechas obtenidas en una región, que cualitativamente se califican como buenas, regulares o malas, quedan mejor expresadas por las cantidades totales que se cosechan en la región, y por la cantidad media que corresponde a cada unidad de superficie. La condición cualitativa de pobreza o riqueza de una familia o un país se define mejor si se da en términos numéricos de sus ingresos totales o su patrimonio real. La calidad buena o mala de los materiales para construcción, se precisa mejor si se dan las cifras de su resistencia a la presión, a la tensión, a la torsión, etc. Si tomamos los salarios de los obreros, en vez de su calidad o grado de especialización, positivamente substituímos un concepto cualitativo por otro cuantitativo, admitiendo que ambos no son idénticos.

Los objetivos que se buscan con los métodos estadísticos quizás pueden agruparse del modo siguiente: 1º, enumerar las unidades o medir la intensidad del fenómeno; 2º, comparar los datos individuales o las características de dos o más fenómenos; 3º, determinar la relación o el grado de dependencia de dos o más fenómenos. El primer objetivo se logra mediante la técnica que se aplica para la formación de buenas estadísticas, y no es posible referirse a ella en este esquema. El segundo objetivo incluye la teoría de los valores medios, de los números índices

territoriales y cronológicos, de las relaciones estadísticas, y de todos los índices de variabilidad. El tercer objetivo se alcanza con varias medidas de la concordancia, la dependencia, la asociación y la correlación de dos o más fenómenos. Estos tres objetivos adquieren distintas modalidades, según que se trate de enumeraciones o frecuencias, de intensidad de los fenómenos, de datos individuales, de agrupamientos cualitativos o de clasificaciones cuantitativas.

En una larga serie de observaciones realizadas para determinar el régimen de una corriente de agua, se tienen valores utilizables en distinta forma: en el estudio de las avenidas será importante el gasto máximo, en el aprovechamiento de aguas por derivación para riego inmediato será interesante el gasto mínimo, para el cálculo de de almacenamientos probables en un vaso será indispensable el escurrimiento total, mientras que el plan de cultivos irrigables se podrá hacer cuando se conozca la distribución que es posible dar a las aguas en el curso del año. Pero para identificar los gastos máximo y mínimo, será necesario comparar someramente todos los términos entre sí y muchas otras comparaciones deben establecerse con las cifras de los escurrimientos a través del tiempo, para hacer un estudio completo del régimen de la corriente.

La tendencia de comparar la tenemos desde niños, puesto que preferimos unas cosas a otras, y más tarde la desarrollamos en grado distinto. Sin embargo, en Estadística la comparación se vuelve sistemática, y se realiza sobre bases objetivas, sirviéndose de procedimientos uniformes. Decimos que en México viven 20.000,000 de per-

sonas, mientras que en los Estados Unidos del Norte hay 132.000,000 de habitantes. Observamos que en 1942 la cosecha nacional de trigo fué superior a la del año anterior en 113,000 toneladas. Afirmamos que en el Distrito Federal, de cada 100 familias obreras hay 32 que tienen ingresos semanales mayores de \$ 25.00. Casi cada cifra estadística puede compararse por diferencia o por cociente con otras cifras, cuando hay base lógica para proceder así. La diferencia aritmética entre un dato y otro, corresponde a una comparación absoluta de dos términos, en tanto que el comiente da una noción relativa, muy usual en Estadística.

Con frecuencia el cociente de dos datos, entre los que por lo menos uno es estadístico, representa una simplificación. El número de personas que habitan en un municipio, dividido entre la superficie total del mismo municipio, da los habitantes por unidad de superficie, o la densidad demográfica, que es una abstracción simplificativa, puesto que en realidad los habitantes no se hallan distribuidos de manera uniforme en todo el territorio municipal. El volumen total de excavaciones dividido entre la cantidad total de dinero pagado por dicho trabajo, da el costo por unidad de volumen, que es un valor medio útil como dato simple, pero generalmente diverso de los costos específicos obtenidos en determinado tipo de obras o estructuras o en períodos de tiempo más cortos. (Véase la Tabla I.) El precio del arroz al mayoreo en la ciudad de México, dividido entre el período del mismo artículo en promedio para 1929, da un índice que

1. - COSTOS DIRECTOS OBTENIDOS EN LAS OBRAS DEL SISTEMA DE RIEGO  
NUM. 5. DELICIAS, CHIH., EN PROMEDIO EL AÑO DE 1941

PESOS POR METRO CUBICO

CLASE DE OBRA O TRABAJO	Costos unitarios Pesos	CLASE DE OBRA O TRABAJO	Costos unitarios Pesos
EXCAVACION.....	1.44	CONCRETO.....	40.18
I Tierra suelta.....	0.54	A.....	40.21
II Tepetate.....	1.03	B.....	48.22
III Roca.....	4.55	D.....	38.02
IV Fango.....	1.98	MAMPOSTERIA.....	33.72
RELLENO.....	0.90	2a.....	49.46
Consolidado.....	1.68	3a.....	33.44
Sin consolidar.....	0.53	ZAMPEADO.....	9.83

indica la relación de aumento del precio actual respecto al de 1929.

Las medias aritméticas y los números índices ilustrados en los ejemplos del párrafo anterior se usan tan frecuentemente como los cocientes que se calculan entre las partes de un total y este último; tales cocientes señalan el modo como está compuesto el total, y generalmente se expresan en tantos por ciento o tantos por mil. En esta forma se estudia la composición de las tierras pertenecientes a un Distrito de Riego, según sus clases comerciales o de acuerdo con la personalidad jurídica de sus poseedores. Análogamente se comparan las inversiones realizadas en obras de almacenamiento, en canales de conducción y distribución, en sistemas de drenes, etc., con la inversión total en un Distrito de Riego.

Otras comparaciones de este mismo tipo se realizan cuando se obtiene el cociente de las intensidades de dos fenómenos en un mismo lugar, por ejemplo la relación entre los costos directos y los indirectos en una obra (Véase la Tabla II); la razón entre el valor de las mercancías que se importan y el de las que se exportan; o bien cuando se relacionan la intensidad de un fenómeno con la de otro que es su antecedente necesario, como el coeficiente de morbilidad del personal de la C. N. I., o sea el número de enfermos dividido entre el número de personas que trabajan en esta Dependencia, y el coeficiente específico de natalidad que es el cociente de los nacimientos entre las mujeres casadas, con edades mayores de 15 años y menores de 50.

II. - COSTOS DIRECTOS E INDIRECTOS OBTENIDOS EN ALGUNAS OBRAS DURANTE EL AÑO DE 1941

O B R A S	Directo entre Indirecto	Indirecto entre Directo	Directo — Por ciento	Indirecto — Por ciento
S-5 Delicias, Chih.....	1.702	0.587	62.994	37.006
S-9 Ciudad Juárez, Chih.....	1.510	0.662	60.158	39.842
S-10 Culiacán, Sin.....	2.073	0.482	67.456	32.544
S-11 Alto Río Lerma.—Presa Solís, Gto.....	1.107	0.903	52.542	47.458
S-11 Alto Río Lerma.—Salvatierra, Gto.....	1.160	0.862	53.704	46.296
S-11 Alto Río Lerma.—Salamanca, Gto.....	2.966	0.337	74.783	25.217
S-17 Región Lagunera.—El Palmito, Dgo.....	2.183	0.458	68.587	31.413
La Angostura, Son.....	2.697	0.371	72.952	27.048
El Azúcar, Tamps.....	4.259	0.235	80.984	19.016
Ixmiquilpan, Hgo.....	1.602	0.624	61.561	38.439
Morelia y Queréndaro, Mich.....	1.636	0.611	62.070	37.930
Tehuantepec, Oax.....	1.495	0.669	59.912	40.088
Valsequillo, Pue.....	1.974	0.507	66.372	33.628

Las comparaciones de datos individuales entre sí, revelan que los fenómenos colectivos generalmente son muy variables, de modo que la observación de sólo una parte de ellos, no da el conocimiento del conjunto. Una persona de otro país, que conociera sólo la población de Chihuahua, haría una generalización errónea si dijera que todos los mexicanos son de gran estatura. Otra persona que conociera el costo unitario de una excavación de afinado para una caída, relativamente alto, erraría si afirmara que los costos unitarios de todas las excavaciones son elevados. Por estas razones conviene en cuanto sea posible, observar todas las unidades del conjunto y describir éste detalladamente. Sin embargo, en muchos casos es imposible, antieconómica o poco práctica una descripción de un fenómeno colectivo; entonces deben buscarse valores representativos de dicho fenómeno, y los valores medios

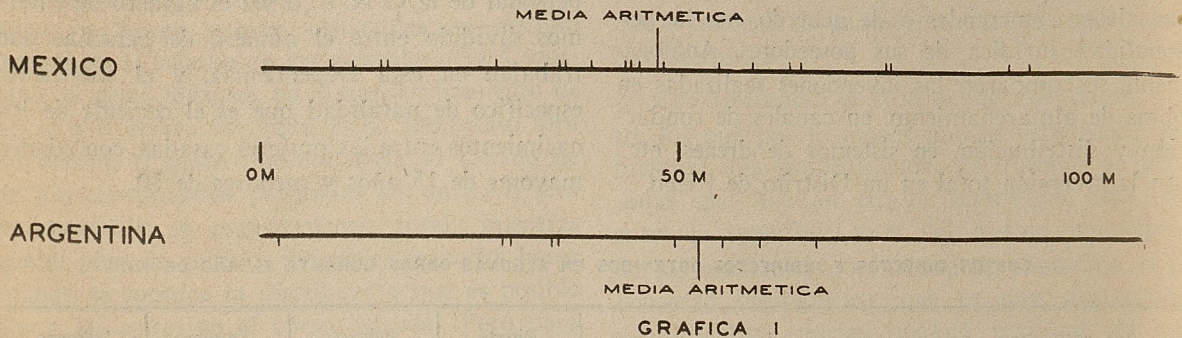
son los más adecuados para el objeto, auxiliados por su error probable, por otros índices de variabilidad y por los datos máximos y mínimos de la serie.

Los valores medios serán tanto más representativos de sus respectivas series de datos, cuanto menos variables sean éstos. Es obvio que 10 cifras idénticas están perfectamente representadas por cualquiera de sus valores medios, pero en tal caso tales valores no son necesarios y propiamente ni siquiera son "medios". Precisamente en un conjunto de datos variables, es cuando los valores medios son útiles, pero si la variabilidad es extremadamente grande, las medias dejan de ser representativas y su uso es inadecuado. Por otra parte, existen diversos valores medios, y unos pueden ser más representativos que otros, o alguno de ellos puede servir a cierto fin, mejor que los otros deducidos de los mismos datos.

En el resto de este artículo veremos cuáles son los valores medios más usuales, y en el artículo siguiente examinaremos su representatividad.

La media aritmética es la más popular entre todos los valores medios y se obtiene dividiendo la suma de los términos entre el número de éstos. Para aplicarla primero a un caso sencillo, determinemos la altura media de las cortinas de al-

macenamiento que la C.N.I. ha construido o está construyendo, y la altura media de las cortinas construidas o contruyéndose en la República Argentina, para almacenar aguas. Se tomaron las alturas máximas, en metros. Para México se tiene  $910.38 \div 20 = 45.52$ , y para Argentina  $455.40 \div 9 = 50.60$ . (Léase la nota final.) Las alturas representadas gráficamente son las siguientes:



Si los datos son muy numerosos, se puede obtener la suma de los datos individuales, pero es preferible agrupar éstos y hacer los cálculos con los puntos medios y las frecuencias de los grupos. Como ejemplo tomemos las precipitacio-

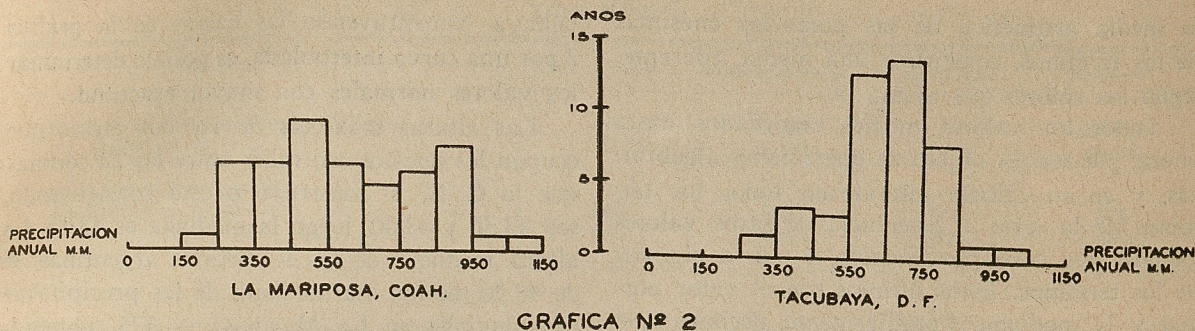
nes pluviales en La Mariposa, Coah., que está dentro del Sistema de Riego Don Martín, y las observadas en Tacubaya, D. F.; los datos corresponden a las precipitaciones anuales en el período 1891-1936, y están dados en milímetros.

TABLA III

GRUPOS	Puntos medios	FRECUENCIA DE AÑOS EN CADA GRUPO		FRECUENCIAS POR PUNTOS MEDIOS	
		La Mariposa	Tacubaya, D. F.	b × c	b × d
a	b	c	d	e	f
151 - 250	200	1		200	
251 - 350	300	6	2	1 800	600
351 - 450	400	6	4	2 400	1 600
451 - 550	500	9	3	4 500	1 500
551 - 650	600	6	13	3 600	7 800
651 - 750	700	4	14	2 800	9 800
751 - 850	800	5	8	4 000	6 400
851 - 950	900	7	1	6 300	900
951 - 1 050	1 000	1	1	1 000	1 000
1 051 - 1 150	1 100	1		1 100	.....
Sumas.....	.....	46	46	27 700	29 600

La precipitación media en La Mariposa es 602 y la de Tacubaya es 643. Ambas medias no difieren mucho, pero la distribución de los años según su pluviosidad es en La Mariposa mucho más variable que en Tacubaya, y justamente por esto

y por la desigual distribución de las lluvias en el curso del año, el almacenamiento de las aguas para riego es en Don Martín más urgente que en el Valle de México. La gráfica siguiente destaca la diferencia entre las dos distribuciones:



La media de Tacubaya tiene un significado más claro y un empleo más franco que la media de La Mariposa. Si la gráfica de La Mariposa representara bien las variaciones de las lluvias anuales en la cuenca que conduce las aguas a Don Martín, esta presa estará destinada no tanto a almacenar aguas durante los meses lluviosos para distribuirla en la inmediata temporada de secas, sino para captarla en los años lluviosos para distribuirla en los años secos. (Léase la nota final.)

La media geométrica de  $n$  términos, es la raíz enésima del producto de todos los términos. Aplicándola a las alturas máximas de las cortinas se obtiene 37 para México y 46 para Argentina. Los valores muy grandes o muy pequeños afectan a la media geométrica menos que a la media aritmética. La media geométrica es la más apropiada cuando se trata de razones o relaciones de datos, porque da igual importancia a

variaciones proporcionales. Si un artículo aumenta en precio de 100 a 1 000, y otro disminuye de 100 a 10, la media geométrica de los últimos precios adquiridos por los dos artículos, que son respectivamente 10 veces mayor y 10 veces menor que el precio original, será 100, mientras que su media aritmética será 505. Por este motivo una serie de tantos por ciento debe promediarse geoméricamente y no aritméticamente. Si la relación entre el volumen aforado en A y el volumen aforado en B ha sido en cada año de 45%, 49%, 67%, 48% y 32%, la media aritmética es 48%, y la media geométrica es 47%, pero con los volúmenes de los 5 años, se obtiene 44%; si sólo se dispusiera de los tantos por ciento, la media geométrica se preferirá.

En los datos agrupados, el cálculo se dispone como sigue, tomando las precipitaciones pluviales de Tacubaya, D. F., en milímetros, durante cada año del período 1891-1936.

**TABLA IV**

GRUPOS	Puntos medios	Años en cada grupo	log b.	$e \times \log b.$
a	b	c		
251 - 350	300	2	2.4771	4.9542
351 - 450	400	4	2.6021	10.4084
451 - 550	500	3	2.6990	8.0970
551 - 650	600	13	2.7782	36.1166
651 - 750	700	14	2.8451	39.8314
751 - 850	800	8	2.9031	23.2248
851 - 950	900	1	2.9542	2.9542
951 - 1 050	1 000	1	3.0000	3.0000
Suma.....	.....	46	.....	128.5866

El logaritmo de la media geométrica es ... 128.5866 ÷ 46, y el valor de dicha media es : 624. Un cálculo semejante con los datos de La Mariposa, da una precipitación media anual de 558 milímetros.

La media armónica es el recíproco de la media aritmética de los recíprocos de los términos, y se emplea para promediar velocidades. La media cuadrática es la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados. La raíz enésima de

la media aritmética de las potencias enésimas de los términos, constituye una media diferente, según los valores que asuma  $m$ .

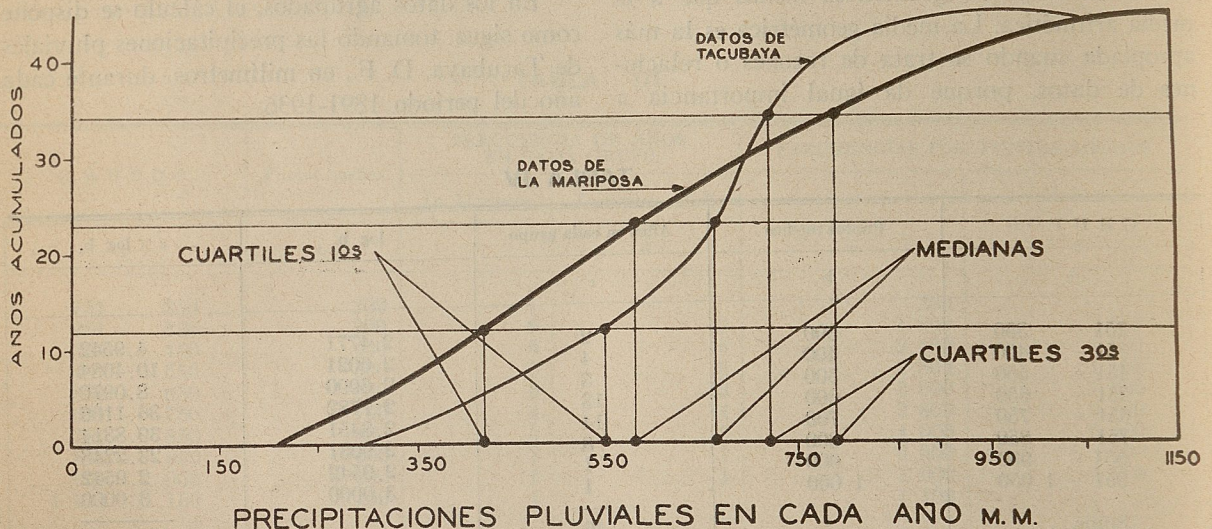
Todos los valores medios recordados hasta ahora, pueden ser objeto de operaciones algebraicas, y en su cálculo intervienen todos los términos de la serie, a diferencia de otros valores medios, que corresponden sólo a uno o algunos de los términos. Estos últimos son el valor normal y la mediana. Familiarmente decimos que una persona es más alta de lo normal o que llueve normalmente, pero rara vez nos detenemos en precisar cómo entendemos la normalidad. Estadísticamente el valor normal es el de máxima frecuencia, es decir, el que aparece o se repite más veces, y adquiere significado sólo cuando se trata de casos bastante numerosos.

La mediana corresponde al término que ocupa el lugar central cuando la serie se ordena en forma creciente o decreciente, y si el número de términos es par, corresponde a la media aritmética de los dos términos centrales.

En la tabla III se observa que el punto medio que aparece con un mayor número de años, es 500 milímetros para La Mariposa y 700 para Ta-

cubaya. Substituyendo las barras de la gráfica 2 por una curva interpolada, es posible determinar los valores normales con mayor exactitud.

Las alturas máximas de las dos presas que ocupan los puestos centrales, entre las 20 cortinas que la C. N. I. construyó o está construyendo, son 43.30 y 43.00, luego la mediana es 43.15. La altura mediana de las 9 cortinas argentinas, es de 48.00 metros. La mediana de las precipitaciones pluviales en La Mariposa es 575, obtenida proporcionalmente por los valores que corresponderían a los términos centrales en la serie de 46 años. La mediana de las precipitaciones anuales en Tacubaya, es 660 milímetros. La gráfica que sigue, construida con las frecuencias acumuladas desde el primer grupo hasta cada uno de los sucesivos, señala otro recurso para calcular el valor normal o modal (abscisa correspondiente al punto de inflexión), la mediana (abscisa correspondiente a la mitad de la ordenada máxima), el primer cuartil (abscisa correspondiente a la cuarta parte de la ordenada máxima) y el tercer cuartil (abscisa donde aparece una ordenada igual a dos tercios de la ordenada máxima). Las curvas se han suavizado ligeramente.



GRAFICA 3

El valor normal y la mediana coinciden con la media aritmética, sólo cuando los datos se distribuyen según la ley de los errores accidentales.

Los ejemplos que hemos dado no siguen dicha ley, y por esto se hallan resultados diferentes, como se observa en la tabla inmediata;

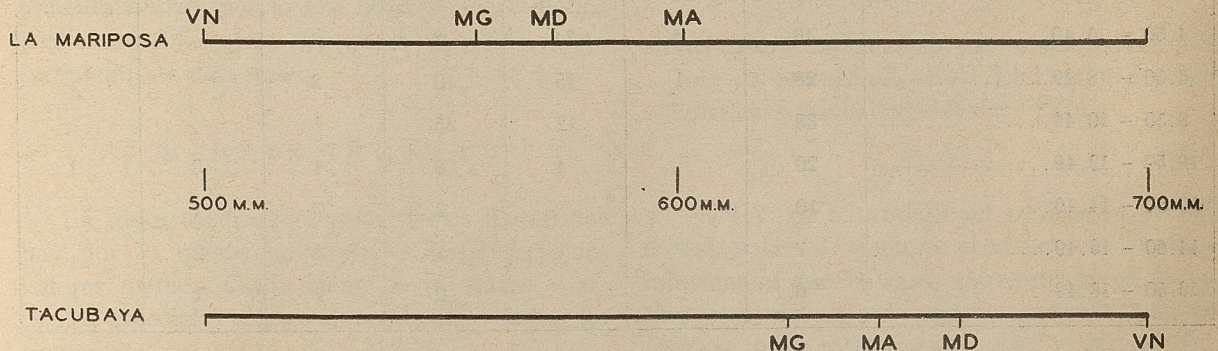
TABLA V

C O N C E P T O S	Media aritmética	Media geométrica	Valor normal	Mediana
Cortinas de almacenamiento en México. m.....	45.52	37.00	...	43.15
en Argentina. m.....	50.60	46.00	...	48.00
Precipitación pluvial por año.				
La Mariposa, Coah. mm.....	602	558	500	575
Tacubaya, D. F. mm.....	643	624	700	660

En este caso y en cualquier otro, las medias aritméticas son mayores que las medias geométricas correspondientes. Si los datos se distribuyen con asimetría moderada, su mediana está colocada entre la media aritmética y el modo, como se observa en los valores medios anteriores, relativos a precipitación pluvial. En casos de asimetría moderada se puede usar la siguiente relación aproximada:

$$\text{Valor normal} = \text{Media aritmética} - 3 (\text{Media aritmética} - \text{Mediana}).$$

En la gráfica siguiente se observa cómo la distancia entre el valor normal y la mediana, es aproximadamente el doble de la que hay entre la mediana y la media aritmética. Los puntos situados sobre las líneas corresponden a los valores medios de las precipitaciones pluviales.



GRAFICA 4

El concepto de media es tanto menos relativo cuanto más homogéneo es el conjunto a que se aplica. En la tabla I se dan los costos unitarios medios para excavaciones hechas en tierra suelta, en tepetate, etc.; pero los ingenieros

bien saben que estos costos cambian no sólo con los materiales excavados, sino también con la obra o estructura que se trabaja y con otros factores. Por esto los costos unitarios de la tabla siguiente, se acercan a la realidad más que los dados en la tabla I.

VI. - COSTOS DIRECTOS OBTENIDOS POR EXCAVACION EN LAS OBRAS DEL SISTEMA DE RIEGO NUM. 5, DELICIAS, CHIH., EN PROMEDIO EL AÑO DE 1941 PESOS POR METRO CUBICO

ESTRUCTURA, PARTE DE OBRA O ACTIVIDAD	Tierra suelta	Tepetate
Bordos del canal principal.....	0.46	12.78
Bordos del canal secundario.....	0.45	0.54
Caída del canal principal.....	4.93	10.56
Obras de arte del canal secundario.....	2.39	2.25
Obras de arte de caminos principales.....	0.80	3.95

En el ejemplo anterior, los subgrupos son de carácter cualitativo; esto significa que entre los bordos de los canales principales y las obras de arte de los caminos principales, hay diferencia de calidad, y no de cantidad. En otros casos es posible establecer subdivisiones con criterio cuantitativo; por ejemplo, para un conjunto de familias se puede calcular el monto de los gastos fa-

miliares medios por día, semana o mes, pero si en el grupo hay familias con ingresos muy bajos y otras con ingresos elevados, será preferible calcular el gasto medio que corresponde a cada categoría de familias. Para hacer este cálculo será necesario conocer el ingreso y el gasto de cada familia, o disponer de un cuadro como el siguiente, donde las familias aparecen clasificadas simultáneamente según sus ingresos y sus gastos.

VII. - INGRESOS TOTALES Y GASTOS DE ALIMENTACION, CORRESPONDIENTES A UNA SEMANA, EN FAMILIAS DE TEJEDORES DE PALMA, OBSERVADOS EN LA REGION MIXTECA. - NOVIEMBRE - DICIEMBRE DE 1941

INGRESOS Pesos	Total	GASTOS POR ALIMENTACION					
		0.50 2.49	2.50 4.49	4.50 6.49	6.50 8.49	8.50 10.49	10.50 12.49
Sumas.....	278	111	83	56	19	7	2
0.50 - 2.49.....	16	16					
2.50 - 4.49.....	107	90	17				
4.50 - 6.49.....	46	4	34	8			
6.50 - 8.49.....	28	1	15	10	2		
8.50 - 10.49.....	38		12	25	1		
10.50 - 12.49.....	20		4	8	4	3	1
12.50 - 14.49.....	10			2	7	1	
14.50 - 16.49.....	7		1	1	3	2	
16.50 - 18.49.....	6			2	2	1	1

Los gastos medios de alimentación, por familia, son los siguientes:

TABLA VIII

Ingresos Pesos	Gastos medios Pesos	Ingresos Pesos	Gastos medios Pesos
Suma.....	3.58	8.50 - 10.49	4.92
0.50 - 2.49.....	1.50	10.50 - 12.49	6.40
2.50 - 4.49.....	1.81	12.50 - 14.49	7.30
4.50 - 6.49.....	3.67	14.50 - 16.49	7.21
6.50 - 8.49.....	4.43	16.50 - 18.49	7.83

Las medias parciales confirman que las familias gastan en alimentarse cantidades tanto mayores cuanto más grandes son sus ingresos. En casos como éste, es posible establecer una relación funcional cuya ecuación representará los gastos familiares con mayor propiedad que una sola media general. Pero las cuestiones de esta índole ya caen dentro de la teoría de la correla-

ción que trataremos en el último artículo de esta serie.

Existe amplia literatura técnica sobre los métodos comparativos y los valores medios (consúltese la bibliografía final) considerados como conceptos básicos de la Estadística hasta el extremo de que Arturo Bowley ha escrito: "...Se puede con razón calificar a la Estadística como ciencia

de las medias (o promedios)". A pesar de su importancia, el tema no puede ocupar mayor espacio en el esquema que estamos presentando. Sólo es posible formular el resumen siguiente:

1º La Estadística observa hechos colectivos formados por hechos individuales, diversos entre sí cuando menos por alguna característica.

2º Dada la imposibilidad de manejar los numerosos datos individuales de un hecho colectivo, los valores medios son indispensables para representar sintéticamente una serie de datos individuales.

3º La media aritmética, geométrica y armónica, el valor normal y la mediana, son tanto más útiles cuanto mejor representen a la serie de donde se obtienen.

4º Cada uno de los valores medios citados tiene propiedades diversas y distinto grado de representatividad, por lo que la preferencia de una media sobre las otras dependerá de los fines que se buscan en cada caso.

## BIBLIOGRAFIA

En todos los tratados generales de Estadística hay por lo menos un capítulo destinado a los valores medios. Como ejemplos de textos y artículos especiales sobre valores medios, damos los siguientes:

*Statistical Averages.*—Por Zisek Franz. Ed. Holt. Nueva York, 1913.

*Sur une formule générale de la moyenne.*—Por V. Furlan. En la Revista Metron. Marzo 1928.

*A study of the distribution of means estimated from small samples by the method of maximum likelihood.*—Por J. L. Carlson. En Annals Math Statistics. 1932.

*The use of the median in determining seasonal variation.*—Por W. S. Creim. Journal of the American Statistical Association. Marzo 1923.

*On correlated averages.*—Por F. V. Edgeworth. Phil. Mag. 1892.

*The convergence of a general means of measurement to the true value.*—Por E. L. Dood. En el Bulletin Amer. Math. Soc. 1926.

*Di talune estensioni dei concetti di media ai caratteri qualitativi.*—Por C. Gimi y L. Galvani. Revista Metron. 1929.

*Losing a profit through averages.*—Por G. W. Greenwood. En Man. Engg. 1921.

*The precision of the weighted averages.*—Por H. M. Gruzewska. En Annals Math Statistics. 1933.

*La distribution finale des valeurs voisines de la mediane.*—E. J. Gumbel. En Comptes Rendu, Instituto Internacional de Estadística. 1939.

*Sur l'emploi des moyennes geometriques et arithmetiques.*—Por Charles Jordan. En Journal de la Soc. Hongroise de Statistique. 1934.

*Clasificación de las series con relación al problema de promedios.*—Bol. del Depto. de Estadística Nacional de México. 1924.

NOTA: La naturaleza del artículo no permite comentar las cifras que en él se dan. Por lo menos informamos que los vasos aprovechados en Argentina son más chicos que los aprovechados en México, pues mientras en nuestro país el promedio de las capacidades máximas es de 488 millones de metros cúbicos, en Argentina sólo es de 122 millones de metros cúbicos. En cuanto a la utilidad que resulta de conocer estadísticamente la distribución de los años según su precipitación pluvial, en un largo período de tiempo, nos aventuramos a creer que dicha distribución a pesar de su sencillez y su modestia explica mucho de lo que ha ocurrido en el Distrito de Riego Don Martín. Las distribuciones semejantes en las cuencas de otras corrientes aprovechadas para riego o la generación de electricidad, estudiadas convenientemente, tal vez auxiliarían la planeación y operación de las obras, los Distritos y las plantas respectivas.